

CENTRE FRANCO-ÉGYPTIEN
D'ÉTUDE DES TEMPLES DE
KARNAK
LOUQSOR (ÉGYPTE)
USR 3172 du Cnrs



المركز المصري الفرنسي
لدراسة معابد الكرنك
الاقصر (مصر)

Extrait des *Cahiers de Karnak* 7, 1982.

*Avec l'aimable autorisation de Éditions Recherche sur les Civilisations (Adpf/MAEE).
Courtesy of Éditions Recherche sur les Civilisations (Adpf/MAEE)*



ANNEXE N° 1

ÉVALUATION PAR LE CALCUL DES EFFORTS DE TRACTION TRANSMIS DANS LES CORDAGES AU COURS DE L'OPÉRATION D'ABATTAGE DE L'OBÉLISQUE OUEST DU VII^e PYLÔNE

Boris CATOIRE
(Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées,
Conseiller Commercial près l'Ambassade de France en République Arabe d'Egypte)

L'important massif de brique crue découvert à Karnak en 1974 a été interprété comme étant le reste du soubassement de l'échafaudage réalisé sous Constantin I^{er}, dans le but d'enlever l'obélisque placé devant le môle ouest du VII^e pylône.

Les caractéristiques essentielles de cet échafaudage : répartition des appuis principaux, dimensions, nombre de portiques, ont pu être induits de l'étude attentive de ses vestiges. L'aspect général du dispositif adopté et le principe du mouvement effectué par le monolithe ont pu être précisés davantage après une expérimentation sur modèle réduit. Cela a permis notamment de reconstituer l'ensemble du mouvement du monolithe à l'intérieur de la structure construite pour son abattage.

Le but des calculs qui suivent est de contrôler et de préciser les résultats déjà obtenus en donnant une évaluation des forces mises en jeu et de démontrer ainsi qu'une telle opération était physiquement réalisable.

A. CALCUL DE LA POSITION DU CENTRE DE GRAVITÉ DE L'OBÉLISQUE (fig. 5)

Tout d'abord, il convient de calculer la position IG_1 du centre de gravité du corps de l'obélisque, sans son pyramidion :

$$IG_1 = \frac{h_1}{1-\alpha} \left[1 - \frac{3}{4} \left(\frac{1+\alpha+\alpha^2+\alpha^3}{1+\alpha+\alpha^2} \right) \right] \quad \text{avec } \alpha = \frac{b}{a}$$

$$IG_1 = \frac{h_1}{4} \times \left(\frac{1+2\alpha+3\alpha^2}{1+\alpha+\alpha^2} \right) = \frac{h_1}{4} \times \frac{a^2+2ab+3b^2}{a^2+ab+b^2}$$

Ensuite, la position du centre de gravité du pyramidion peut être calculée comme suit : (IG_2)

$$IG_2 = h_1 + \frac{h_2}{4}$$

les volumes respectifs étant :

$$V_1 = \frac{h_1}{3} (a^2 + ab + b^2) \quad \text{et} \quad V_2 = \frac{b^2 h_2}{3}$$

On en déduit la position du centre de gravité du monolithe IG :

$$IG \times (V_1 + V_2) = (IG_1 \times V_1) + (IG_2 \times V_2)$$

d'où en posant : $h_1 + h_2 = H$

$$IG = \frac{h_1^2 (a^2 + 2 ab + 3 b^2) + 4 h_1 h_2 b^2 + h_2^2 b^2}{4 [b^2 H + ah_1 (a + b)]}$$

Application numérique, sachant que : $a = 3$ m, $b = 1,80$ m, $h_1 = 26$ m, $h_2 = 3$ m, hauteur totale = 29 m. La hauteur du centre de gravité est $IG = 11,20$ m (1). Rappelons que le poids de l'obélisque est supposé voisin de 380 tonnes.

B. CONFIGURATION DU SYSTÈME DE ROTATION SERVANT D'APPUI A L'OBÉLISQUE PENDANT L'ABATTAGE

Cette configuration est un élément déterminant du mouvement de l'obélisque, qui a effectué vers l'Ouest une rotation pendant laquelle on avait tout intérêt à garder un appui au sol, afin de réduire au maximum les forces à opposer à la chute.

Un premier appui de l'obélisque est connu et correspond au début du mouvement : il est constitué par l'angle supérieur ouest de la partie laissée en place du socle de granit (A, fig. 6).

Cet angle a été arrondi afin d'assurer la régularité du mouvement tout en améliorant la solidité de l'appui. En effet, un angle vif en granit, trop friable, se serait écrasé sous la masse de l'obélisque.

L'appui a donc été soigneusement préparé par le débitage de la partie ouest du socle, mais en veillant à laisser une garde (d'environ 0,50 m) par rapport à la verticale du centre de gravité du monolithe (2) ; celui-ci est donc resté en équilibre, mais le découpage du socle a permis de se rapprocher de la limite d'instabilité, de telle sorte qu'une force de traction horizontale relativement faible suffisait à déclencher le mouvement. L'élimination d'une portion du socle ménageait d'autre part un vide dans lequel l'arête de la base de l'obélisque pouvait s'engager dans son mouvement de rotation sans glissement autour de A.

Mais il a été démontré que cet appui ne pouvait jouer un rôle que dans la première partie de la descente du monolithe, et qu'ensuite il devait être relayé par un nouvel appui B situé plus haut et plus à l'Ouest que le premier (3). Nous avons émis l'hypothèse d'un appui en forme de rouleau, solidement bloqué contre la paroi Est du soubassement par des poteaux de maintien (fig. 6). Mais si le détail de la forme de ce second appui peut être sujet à discussion, sa nécessité et son existence ne font aucun doute.

Certains détails du soubassement dégagé sont certainement en rapport avec cette hypothèse, en particulier les deux puits placés de part et d'autre du socle de granit, près de sa face ouest, qui n'avaient pu jusqu'à présent être expliqués de manière satisfaisante (4). Ces deux éléments sont en effet beaucoup plus rapprochés que les puits englobant les poteaux d'échafaudage (5) ; leur écartement n'est que légèrement supérieur à la largeur de la base de l'obélisque. On peut de plus remarquer avec quel soin leurs parois, constituées de blocs de grès de remploi liés au plâtre, ont été renforcées, comme s'ils avaient dû supporter des efforts plus importants que les poteaux implantés dans les autres trous. Leur position, leurs

(1) Les valeurs numériques utilisées ici ne correspondent pas exactement à celles que donne G. BRUNS, *o.c.*, mais constituent des simplifications, notre but étant de contrôler la possibilité d'un principe de mouvement et non une évaluation purement quantitative.

(2) Cf. *Karnak* 6, fig. 9, p. 107 et Pl. 24/a et 24/b.

(3) Cf. *supra*, p. 170.

(4) *Karnak* 6, fig. 5 et 6, p. 100-101, description p. 105 et Pl. 25.

(5) *Karnak* 6, fig. 5 et 6, p. 100-101.

caractéristiques et leur fonction s'éclaircissent si l'on tente de les mettre en relation avec l'appui **B** ; en effet, ils ont dû constituer le système de scellement de petits poteaux destinés à maintenir en place le rouleau **B**. Nous verrons plus loin que l'intensité des efforts sur lui exercés justifient notre hypothèse : leur direction oblique rend indispensable un ancrage très résistant de l'appui **B**.

Il apparaît donc que l'obélisque a pivoté pendant la première partie de son mouvement autour d'un premier appui **A**, et ensuite autour du nouvel appui **B**, ce qui a eu pour effet de le redresser, et d'amener finalement sa face inférieure à se coucher à un niveau plus élevé que celui de la face supérieure de la base de granit (fig. 6 et 21).

Ces deux appuis successifs une fois définis, il devient possible de retracer avec précision le mouvement de l'obélisque à l'aide d'un diagramme (fig. 21), et de calculer les forces entrant en jeu à chaque phase caractéristique de l'opération ; mais au préalable, il apparaît utile d'indiquer quelques précisions relatives au dispositif technique de montage, qui assurent la compatibilité avec les caractéristiques géométriques du monolithe et des portiques.

C. MODE DE SUSPENSION DE L'OBÉLISQUE

Rappelons que tant par l'étude sur maquette que par le calcul, nous avons été amenés à la solution la plus probable, soit une série de douze points d'accrochage des suspentes de l'obélisque régulièrement répartis tout au long du monolithe, A_0 à A_{11} (fig. 7).

Cette répartition régulière des points d'attache est souhaitable, car elle permet à chaque inclinaison donnée de saisir l'obélisque dans des conditions satisfaisantes. Plus l'inclinaison augmente, et plus les points d'attache se trouvent décalés vers le haut afin de suspendre à chaque fois le monolithe sous un angle plus favorable (fig. 21).

La répartition des suspentes évite en particulier de concentrer les efforts sur un seul point d'attache, ce qui aurait pour effet de provoquer la cassure de l'obélisque.

Le choix de douze points d'attache s'est révélé le plus favorable compte tenu du nombre de portiques de l'échafaudage. Les six premiers portiques interviennent successivement, pour suspendre le monolithe en douze points et le maintenir pendant toute la première partie de sa rotation, puis les trois derniers portiques sont à leur tour mobilisés pour renforcer le système en fin de parcours tout en amenant sa translation vers l'Ouest, au moment où l'obélisque pèse de tout son poids sur les suspentes. Les douze points d'accrochage reliés aux neuf portiques représentent aussi la solution la plus satisfaisante, d'après les calculs, car elle permet de mettre en jeu à chaque position et dans chaque suspente des forces équivalentes, et par conséquent de minimiser la traction maximale dans chaque cordage.

Dans la pratique, chacun des points d'attache A_0 à A_{11} (fig. 7), serait en réalité triple, et disposé comme l'indique la figure 8. Un faible écart séparerait les trois colliers correspondant à chaque point d'attache (A_0^a à A_{11}^b). Cette disposition a pour but de disposer les cordages en nappes régulièrement ordonnées de manière à éviter qu'ils ne s'emmêlent. Ces attaches sont placées de chaque côté vers les arêtes de l'obélisque afin de dégager complètement la partie centrale, où doit pouvoir passer comme nous le verrons une autre série de cordages, les *tirants* (fig. 11).

Pour chaque cordage de suspente, la disposition vue de profil sera la suivante (fig. 9) : les deux points d'attache A_0^a et A_{11}^b placés respectivement vers le haut et vers le bas de l'obélisque sont constitués par des poulies, ou même éventuellement par de simples guides des cordages entre deux bagues montées sur chacune des barres de suspente, de manière à autoriser le glissement des cordages sous les

barres dans un plan vertical bien déterminé. Cette disposition est impérative et permet d'égaliser partout la tension des cordes T_n , ainsi que de contrôler le basculement vers l'avant de l'obélisque. La manœuvre de descente du monolithe ne doit évidemment pas s'effectuer d'un seul coup. Il est très important de veiller constamment à une bonne égalisation des tensions dans les cordages. A cet effet, il faut relâcher progressivement, par petites saccades, la tension d'un câble après l'autre en commençant par le premier, puis en passant au second et enfin au troisième, en mobilisant ainsi l'élasticité des cordages (ce qui implique donc que chaque câble soit assez long).

D. STABILISATION ET CONTRÔLE PERMANENT DU MOUVEMENT DE L'OBÉLISQUE

Il est indispensable de prévoir également l'installation de câbles de freinage, que nous appellerons *tirants*, et dont le rôle est de retenir l'obélisque, surtout pendant la première phase de son mouvement, c'est-à-dire tant qu'il n'est pas encore accroché au premier portique de l'échafaudage (fig. 10). Les calculs effectués montrent la nécessité de prévoir une double série de douze tirants, dont la disposition est donnée par la figure 11. Cependant, dans les schémas et calculs, nous ne considérerons pour simplifier que la résultante appliquée en A_9 de l'ensemble de ces 24 tirants (fig. 12).

Il apparaît nécessaire, en outre, d'installer une série de *contre-tirants* qui exercent une traction (relativement faible) vers l'avant. Celle-ci sert tout d'abord à déclencher le mouvement de rotation de l'obélisque, et par la suite à le maintenir dans l'axe. Il peut ainsi être guidé avec précision, le réglage de la traction exercée sur les contre-tirants l'empêchant de partir de côté (fig. 13). L'installation de ce système a vraisemblablement conduit à réaliser un dixième portique, moins haut et moins puissant que les neuf autres, ce qui explique la présence d'une fosse plus étroite que les autres à l'ouest de l'échafaudage, dont la fonction n'était pas jusqu'ici apparue clairement.

Nous supposons que quatre contre-tirants suffisent à exercer les tractions nécessaires au guidage et que la résultante de celles-ci s'applique, comme celle des tirants, au niveau de la section A_9 de l'obélisque.

E. MOUVEMENT DE L'OBÉLISQUE ET CALCUL DE LA TENSION DES CORDAGES A CHAQUE PHASE CARACTÉRISTIQUE

1. Position de départ

Les vingt-quatre tirants et les quatre contre-tirants sont installés, et le socle de l'obélisque a été taillé, comme nous l'avons déjà observé, de manière à ménager un intervalle de sécurité e par rapport à la verticale du centre de gravité de l'obélisque, intervalle de l'ordre de 0,50 m (fig. 14).

Pour faire basculer l'obélisque, il faut exercer une traction sur les contre-tirants (fig. 15), qui peut être calculée :

$$(4 t_0 - 24 T_0) = \frac{P \times e}{l \cos \delta_0} \approx 9,2 \text{ t.}$$

Une fois le basculement amorcé, avec un angle α_0 (petit) par rapport à la verticale, il faut pour le retenir exercer vers l'arrière une force de $24 T_0$. Si l'angle des tirants avec l'horizontale est de $\delta_0 = 15^\circ$, la résultante des forces de traction sera de :

$$(24 T'_0 - 4 t'_0) = \frac{P \times (l_0 G \sin \alpha_0 - e)}{l \cos \delta_0} = 8,88 \approx 9 \text{ t.}$$

Soit pour $\alpha_0 = 5^\circ$, une résultante voisine de 9 tonnes, mais dirigée cette fois vers l'arrière. Sur le terrain, cette première phase peut être réalisée de la façon suivante, de manière à bien contrôler le mouvement : l'obélisque étant en position verticale, une traction de 3 tonnes est exercée sur chaque contre-tirant vers l'avant, soit au total $3 \times 4 = 12$ tonnes. Elle est équilibrée par une traction de 0,5 tonne sur chaque tirant, vers l'arrière, soit $0,5 \times 24 = 12$ tonnes. Le système est alors en équilibre et aucun mouvement ne se produit. Pour déclencher le basculement il faut augmenter la tension des contre-tirants jusqu'au seuil de mise en mouvement dont nous venons de déterminer la valeur ($9 + 12 = 21$ tonnes, soit 5,25 tonnes par contre-tirant). Dès que le monolithe bascule, les contre-tirants se détendent, les tirants se tendent et leur tension atteint rapidement la valeur nécessaire pour retenir son mouvement (soit environ 1 tonne par tirant). On obtient ainsi un nouvel équilibre en toute sécurité à condition de bien contrôler la stabilité latérale de l'obélisque par un bon réglage des contre-tirants.

2. Phase de rotation sur le premier appui

Les positions successives de l'obélisque ont été déterminées graphiquement (fig. 21), et les bras de levier des forces de tension, ainsi que les angles β et γ correspondant à chaque suspente, pour chaque position de l'obélisque ont été mesurés directement sur la figure.

Par souci de simplification mais aussi pour minimiser les tensions dans le système nous supposons que les opérateurs s'attachèrent à égaliser les tensions dans tous les tirants. Quant aux contre-tirants de stabilisation vers l'avant, ils resteront légèrement tendus et équilibrés par une force antagoniste dans les tirants (de l'ordre de 0,5 t par cordage).

La tension des contre-tirants vers l'avant n'interviendra donc plus dans les calculs, et la traction exprimée représentera désormais la *traction nette* dans les tirants vers l'arrière, T .

Un certain nombre de notations appelées à figurer dans les calculs sont maintenant à définir (fig. 16) :

n est l'indice repérant la phase de la descente, correspondant à l'angle que fait l'obélisque avec la verticale ;

k est l'indication du portique concerné (O) ;

A_q est l'indication de la section d'attache supérieure sur l'obélisque ;

A_p est l'indication de la section d'attache inférieure.

β_n^k et γ_n^k sont les angles par rapport à la verticale des câbles de suspension.

I_n est le point d'appui de l'obélisque.

G_n est la position du centre de gravité.

P est le poids de l'obélisque.

3. Position 1 ($\alpha_1 = 23^\circ$)

L'obélisque va être amené progressivement jusqu'au premier portique. Il faut pour cela, comme nous l'avons indiqué déjà, dérouler successivement de très courtes longueurs de cordage, en commençant par les tirants supérieurs ; les câbles inférieurs se tendent alors, jouant sur leur élasticité longitudinale. Ils sont ensuite relâchés l'un après l'autre à leur tour de manière à obtenir en fin d'opération une tension pratiquement égale dans les 24 tirants. Pendant toute cette phase, la base de l'obélisque tourne sans glisser sur son appui A. Il faut procéder ainsi très progressivement, jusqu'à ce que l'obélisque ait franchi le premier portique (position 1), ce qui permet de lui fixer la première série de suspentes (fig. 21). Mais avant leur accrochage en O_1, A_0, A_6 l'obélisque n'est retenu que par les 24 tirants, dont la tension peut être calculée ; l'inclinaison sur l'horizontale des tirants de retenue (δ_1) est prise égale à 15° , en supposant un point d'attache fixé à 65 m en

arrière du système (6). Ce système est équilibré quand la somme des moments par rapport à I_1 , point d'appui sur la base, des forces s'exerçant sur l'obélisque est nulle (fig. 17) :

$$24 T_1 \times I_1 K_1 - P \times I_1 G'_1 = 0.$$

Il est possible de mesurer graphiquement $I_1 K_1 = 16,40$ m et $I_1 G'_1 = 4,20$ m. On en déduit la force de traction T_1 :

$$T_1 = \frac{380 \times 4,2}{16,4 \times 24} = 4,06 \text{ t.}$$

Ecrivons maintenant que les projections du système des forces sur deux axes de coordonnées Ox et Oy équilibrent les composantes sur ces axes de la réaction 1R sur la base d'appui, qui sont 1R_N réaction normale à l'appui, et 1R_T réaction tangentielle.

$$\begin{aligned} {}^1R_x &= {}^1R_N \sin \alpha_1 - {}^1R_T \cos \alpha_1 = 24 T_1 \cos \delta_1 = 94,1 \\ {}^1R_y &= {}^1R_N \cos \alpha_1 + {}^1R_T \sin \alpha_1 = P + 24 T_1 \sin \delta_1 = 405,2 \end{aligned}$$

d'où :

$$\begin{aligned} {}^1R_N &= 405,2 \cos \alpha_1 + 94,1 \sin \alpha_1 = 410 \text{ t} \\ {}^1R_T &= 405,2 \sin \alpha_1 - 94,1 \cos \alpha_1 = 71,7 \text{ t} \neq 72 \text{ t.} \end{aligned}$$

L'angle de frottement sur la base d'appui est :

$$\varphi_1 = \text{Arc tg} \left(\frac{{}^1R_T}{{}^1R_N} \right) = 10^\circ.$$

Cet angle est trop faible pour qu'un glissement puisse se produire. Maintenant, l'accrochage des suspentes au premier portique est réalisé (aux points $O_1 A_0 A_6$, fig. 18).

4. Position 2 ($\alpha_2 = 30^\circ$)

Toujours en procédant progressivement, et en égalisant la tension des cordages de suspension avec celle des tirants, l'obélisque est abaissé jusqu'à ce que son angle avec la verticale (α_2) soit de 30° . Avant l'accrochage de toute nouvelle suspen-
sente et à l'équilibre, nous avons comme précédemment les équations suivantes :

$$\begin{aligned} 24 T_2 \times I_2 K_2 &= P \times I_2 G'_2 \\ \left\{ \begin{aligned} {}^2R_x &= {}^2R_N \sin \alpha_2 - {}^2R_T \cos \alpha_2 = 24 T_2 \cos \delta_2 - 6 T_2 (\sin \beta'_2 + \sin \gamma'_2) \\ {}^2R_y &= {}^2R_N \cos \alpha_2 + {}^2R_T \sin \alpha_2 = P + 24 T_2 \sin \delta_2 - 6 T_2 (\cos \beta'_2 + \cos \gamma'_2) \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

d'où l'on tire :

$$\begin{aligned} T_2 &= 5,42 \text{ t} & {}^2R_N &= 359 \text{ t} & {}^2R_T &= 75 \text{ t} \\ \text{tg } \varphi_2 &= 0,209 & \varphi_2 &= 12^\circ \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{L'angle est trop faible pour} \\ \text{entraîner un glissement en } I_2. \end{array}$$

Après accrochage de la deuxième série de suspentes au second portique, en $O_2 A_1 A_7$, leur tension est égalisée avec celle des tirants T_2 ; les équations deviennent :

$$\begin{aligned} 24 T'_2 \times I_2 K_2 + 6 T'_2 (\text{dist. } I_2/O_1 A_6^2 + \text{dist. } I_2/O_2 A_7^2 - \text{dist. } I_2/O_1 A_0^2 - \text{dist. } I_2/O_2 A_1^2) &= \\ &= P \times I_2 G'_2 \\ \left\{ \begin{aligned} {}^2R'_x &= {}^2R'_N \sin \alpha_2 - {}^2R'_T \cos \alpha_2 = 24 T'_2 \cos \delta_2 - 6 T'_2 \\ &\quad (\sin \beta'_2 + \sin \gamma'_2 + \sin \beta_2^2 + \sin \gamma_2^2) \\ {}^2R'_y &= {}^2R'_N \cos \alpha_2 + {}^2R'_T \sin \alpha_2 = P + 24 T'_2 \sin \delta_2 - 6 T'_2 \\ &\quad (\cos \beta'_2 + \cos \gamma'_2 + \cos \beta_2^2 + \cos \gamma_2^2) \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

(6) Si l'on suppose un portique arrière destiné à raccourcir la longueur des tirants, les tensions dans les câbles se trouvent légèrement réduites par rapport aux valeurs calculées avec notre hypothèse.

d'où l'on tire après avoir mesuré graphiquement les angles et les distances nécessaires (fig. 21) :

$$T_2 = 5,48 \text{ T} \quad {}^2R'_N = 291 \text{ t} \quad {}^2R'_T = 69 \text{ t}$$

$$\text{tg } \varphi_2 = 0,237 \quad \varphi_2 = 13^\circ 20' \quad \text{Aucun glissement ne se produit sur la base.}$$

5. Positions 3 et 4

Toujours de la même façon que précédemment, on abaisse l'obélisque qui, dans la position 3, fera un angle (α_3) de $35^\circ 30'$ avec la verticale, et de 41° (α_4) dans la position 4. Dans chaque cas, nous calculons les tensions et les réactions d'appui ; nous nous limiterons à donner ici les résultats de ces calculs :

— Position 3 avant accrochage ($\alpha_3 = 35^\circ 30'$)	$T_3 = 5,79 \text{ t}$	${}^3R'_N = 292 \text{ t}$ ${}^3R'_T = 270 \text{ t}$
	$\varphi_3 = 13^\circ 30'$	Aucun glissement sur la base.
— Position 3 après accrochage en $O_3 A_2 A_8$ ($\alpha_3 = 35^\circ 30'$)	$T'_3 = 5,68 \text{ t}$	${}^3R'_N = 222 \text{ t}$ ${}^3R'_T = 63 \text{ t}$
	$\varphi'_3 = 16^\circ$	Aucun glissement sur la base.
— Position 4 avant accrochage ($\alpha_4 = 41^\circ$)	$T_4 = 5,65 \text{ t}$	${}^4R'_N = 229 \text{ t}$ ${}^4R'_T = 67 \text{ t}$
	$\varphi_4 = 16^\circ 30'$	Aucun glissement sur la base.
— Position 4 après accrochage en $O_4 A_3 A_9$ ($\alpha_4 = 41^\circ$)	$T'_4 = 5,45 \text{ t}$	${}^4R'_N = 155 \text{ t}$ ${}^4R'_T = 55 \text{ t}$
	$\varphi'_4 = 19^\circ 30'$	Aucun glissement sur la base.

A l'examen de ces résultats, on peut noter que la position 3 avant accrochage est une phase critique, où la tension des cordages passe par un maximum, mais reste une valeur acceptable inférieure à six tonnes par cordage.

Au fur et à mesure que de nouvelles suspentes sont accrochées, la réaction R sur la base d'appui diminue rapidement, avec un angle de frottement acceptable et largement inférieur à l'angle de glissement granit sur granit.

6. Position 5 ($\alpha_5 = 47^\circ$, fig. 19)

Arrivé à ce stade, l'obélisque continue à s'appuyer sur la base de granit, mais entre en contact avec le deuxième appui qui permettra la poursuite de son mouvement jusqu'à la position couchée finale. La configuration des forces, désormais différente, est représentée sur la figure 19. Le centre instantané de rotation se déporte au point I_5 lorsque l'obélisque s'appuie à la fois sur la base et sur le deuxième support. Le monolithe reçoit de ce dernier une réaction radiale R_z normale à sa paroi inférieure. En revanche, la réaction tangentielle sur l'appui devient nulle.

Efforts avant accrochage :

$$[\text{dist. } I_5/O_1 A_8^5 - \text{dist. } I_5/O_1 A_0^5 \pm \dots + \text{dist. } I_5/O_4 A_9^5 - \text{dist. } I_5/O_4 A_3^5] = P \times I_5 G_5^5$$

$$\left\{ \begin{array}{l} {}^5R_x = {}^5R_N \sin \alpha_5 - {}^5R_z \cos (\alpha_5 - \varepsilon) = 24 T_5 \cos \delta_5 - 6 T_5 \times \frac{4}{1} \Sigma \\ \quad \quad \quad (\sin \beta_5^i + \sin \gamma_5^i) \\ {}^5R_y = {}^5R_N \cos \alpha_5 - {}^5R_z \sin (\alpha_5 - \varepsilon) = P + 24 T_5 \cos \delta_5 - 6 T_5 \times \frac{4}{1} \Sigma \\ \quad \quad \quad (\cos \beta_5^i + \cos \gamma_5^i) \end{array} \right.$$

Remarquons que ε étant petit ($\varepsilon = \frac{1}{44}$ rad.) on peut écrire :

$$\cos (\alpha_5 - \varepsilon) = \cos \alpha_5 + \varepsilon \sin \alpha_5 \quad \text{et} \quad \sin (\alpha_5 - \varepsilon) = \sin \alpha_5 - \varepsilon \cos \alpha_5$$

La résolution de ce système d'équations donne les résultats suivants :

$$T_5 = 4,60 \text{ t} \quad {}^5R_N = 190 \text{ t} \quad {}^5R_z = 95 \text{ t} \quad \varphi^5 = 0^\circ \quad (\text{car réaction normale}).$$

Efforts après accrochage des nouvelles suspentes en $O_5 A_4 A_{10}$:

$$24 T'_5 \times l_5 K_5 + 6 T'_5 ({}^5\Sigma \text{ dist. } l_5/O_i A_{5+1}^5 - {}^5\Sigma \text{ dist. } l_5/O_i A_{i-1}^5) = P \times l_5 G'_5$$

$$\begin{cases} {}^5R'_x = {}^5R'_N \sin \alpha_5 - {}^5R'_z \cos (\alpha_5 - \epsilon) = 24 T'_5 \cos \delta_5 - 6 T'_5 \times {}^5\Sigma \\ \quad (\sin \beta_5^i + \sin \gamma_5^i) \\ {}^5R'_y = {}^5R'_N \cos \alpha_5 + {}^5R'_z \sin (\alpha_5 - \epsilon) = P + 24 T'_5 \sin \delta_5 - 6 T'_5 \times {}^5\Sigma \\ \quad (\cos \beta_5^i + \cos \gamma_5^i). \end{cases}$$

D'où l'on tire :

$$T'_5 = 4,49 \text{ t} \quad {}^5R'_N = 138 \text{ t} \quad {}^5R'_z = 91 \text{ t} \quad \varphi_5^i = 0^\circ$$

Ces résultats permettent de constater que l'appui de l'obélisque sur le deuxième support provoque la poursuite de la décroissance de la réaction normale sur la base. D'autre part, il faut noter que la réaction sur le rouleau R_z est sensiblement le double de la valeur qu'aurait prise la réaction tangentielle R_T si le mouvement s'était poursuivi comme auparavant. Dans cette hypothèse d'ailleurs, on serait rapidement arrivé à un glissement sur la base, avec les conséquences catastrophiques qu'il aurait entraîné : la nécessité du recours au second appui constitué par le rouleau se trouve ainsi confirmée.

7. Position 6 ($\alpha_6 = 54^\circ$)

L'obélisque continue à descendre progressivement en restant tangent à l'appui de départ par sa base et au second support par sa face inférieure. Un calcul analogue aux précédents fournit la valeur des tensions et réactions dans la position 6 :

— avant accrochage des suspentes :

$$T_6 = 4,19 \text{ t} \quad {}^6R_N = 155 \text{ t} \quad {}^6R_z = 96 \text{ t}.$$

— après accrochage des suspentes en $O_6 A_5 A_{11}$:

$$T'_6 = 3,79 \text{ t} \quad {}^6R'_N = 122 \text{ t} \quad {}^6R'_z = 96 \text{ t}.$$

A partir de ce moment, il convient de réduire et même d'annuler la réaction sur la base de granit faute de quoi cette réaction venant s'appliquer trop près de l'arête inférieure de l'obélisque risquerait d'en provoquer la cassure. A cet effet, il suffira de relâcher la tension dans les tirants jusqu'à une valeur t''_6 , et d'augmenter la traction des suspensions jusqu'à une valeur T''_6 , telles que ${}^6R_N = 0$.

Calcul des tensions et réactions :

$$24 t''_6 \times l_6 K_6 + 6 T''_6 ({}^6\Sigma \text{ dist. } l_6/O_i A_{5+1}^6 - {}^6\Sigma \text{ dist. } l_6/O_i A_{i-1}^6) = P \times l_6 G'_6$$

$$\begin{cases} {}^6R''_x = {}^6R''_z \cos (\alpha_6 - \epsilon) = -24 t''_6 \cos \delta_6 + 6 T''_6 {}^6\Sigma \\ \quad (\sin \beta_6^i + \sin \gamma_6^i) \\ {}^6R''_y = {}^6R''_z \sin (\alpha_6 - \epsilon) = P - 24 t''_6 \sin \delta_6 - 6 T''_6 {}^6\Sigma \\ \quad (\cos \beta_6^i + \cos \gamma_6^i) \end{cases}$$

En éliminant ${}^6R''_z$ entre les deux premières équations on obtient un système de deux équations permettant de calculer t''_6 et T''_6 .

$$(24 t''_6 \times l_6 K_6) + 6 T''_6 \times {}^6\Sigma (\text{bras de levier des suspensions}) = P \times l_6 G'_6$$

$$24 t''_6 [{}^6\Sigma (\cos \beta + \cos \gamma) + \text{tg} (\alpha_6 - \epsilon) {}^6\Sigma (\sin \beta + \sin \gamma)] - 6 T''_6 \sin \delta_6 + \cos \delta_6 \text{tg} (\alpha - \epsilon) = P.$$

D'où l'on tire :

$$t''_6 = 1,13 \text{ t} \quad T''_6 = 5,10 \text{ t} \quad {}^6R''_z = 65 \text{ t}.$$

Il convient désormais de poursuivre la manœuvre en réglant la tension des tirants de freinage ; au fur et à mesure de l'attache de nouvelles suspentes, l'obélisque continuera à descendre mais simultanément se déplacera vers l'Ouest sur une glissière prolongeant son second support. L'équilibre du système est à tout moment assuré, car tout dépasement dans un sens du point d'équilibre donne naissance à des forces de rappel antagonistes qui l'annulent.

8. Position 7 ($\alpha_7 = 61^\circ 30'$)

Désormais, le système se simplifie : il est représenté par la figure 20. Les équations donnant la valeur des tensions t_7 et T_7 , et celle de la réaction sur l'appui 7R_z sont les mêmes que dans le dernier cas relatif à la position 6,

— avant accrochage, les résultats obtenus par le calcul sont les suivants :

$$t_7 = 0,15 \text{ t} \quad T_7 = 4,95 \text{ t} \quad {}^7R_z = 70 \text{ t}$$

— après l'accrochage des nouvelles suspentes en $O_7 A_2 A_9$, la valeur des forces est la suivante :

$$t'_7 = 1,40 \text{ t} \quad T'_7 = 4,37 \text{ t} \quad {}^7R'_z = 75 \text{ t.}$$

9. Positions 8 et 9

La descente de l'obélisque se poursuit comme précédemment. Dans la position 8 le monolithe fait un angle de $71^\circ 30'$ avec la verticale, et les suspentes correspondantes sont accrochées en $O_8 A_3 A_{10}$.

Dans la position 9, l'angle est de $81^\circ 30'$, et les cordages sont accrochés en $O_9 A_4 A_{11}$. La valeur des forces déterminées par le calcul est la suivante :

Position 8 :

$$\begin{array}{l} \text{— avant accrochage : } t_8 = 0,41 \text{ t} \quad T_8 = 4,26 \text{ t} \quad {}^8R_z = 69 \text{ t} \\ \text{— après accrochage : } t'_8 = 1,21 \text{ t} \quad T'_8 = 3,72 \text{ t} \quad {}^8R'_z = 81 \text{ t} \end{array}$$

Position 9 :

$$\begin{array}{l} \text{— avant accrochage : } t_9 = 0,81 \text{ t} \quad T_9 = 3,65 \text{ t} \quad {}^9R_z = 71 \text{ t} \\ \text{— après accrochage : } t'_9 = 1,40 \text{ t} \quad T'_9 = 3,17 \text{ t} \quad {}^9R'_z = 84 \text{ t.} \end{array}$$

Il faut remarquer que chaque nouvel accrochage introduit des forces supplémentaires tendant à déplacer l'obélisque vers l'avant ; en revanche, la force exercée par l'obélisque sur le 2^e appui reste sensiblement constante (de 70 à 85 tonnes) ; cet appui peut d'ailleurs être soulagé si nécessaire, en augmentant la tension dans les suspentes aux points les plus proches de la base de l'obélisque, et en relâchant les autres.

10. Position 10 ($\alpha_{10} = 93^\circ 20'$)

La face inférieure de l'obélisque est couchée à l'horizontale. Les efforts à développer avant que le monolithe ne repose sur le soubassement sont les suivants :

$$t_{10} = 1,51 \text{ t} \quad T_{10} = 3,13 \text{ t} \quad {}^{10}R_z = 79 \text{ t.}$$

Une fois couché dans cette position l'obélisque occupe toute la longueur de l'échafaudage.

L'ensemble des résultats obtenus par le calcul tout au cours de l'opération d'abatage de l'obélisque est donné par le tableau récapitulatif ci-après, qui est à mettre en correspondance avec la figure 21.

TABLEAU RÉCAPITULATIF

α = angle d'inclinaison de l'obélisque, T = tension des cordages de suspente, t = tension des tirants de retenue, R_N = réaction normale sur la base de granit, R_T = réaction tangentielle sur la base de granit, R_r = réaction radiale sur le rouleau constituant le second appui, φ = angle de frottement sur la base de granit. Tous les efforts sont exprimées en tonnes.

Position considérée (voir fig. 18)	α	T	t	R_N	R_T ou R_r	φ
1 - avant accrochage	23°	—	4,06	410	72	10°
1 - après accrochage en $O_1 A_6 A_6$	23°	4,13	4,13	362	65	10°
2 - avant accrochage	30°	5,42	5,42	359	75	12°
2 - après accrochage en $O_2 A_7 A_7$	30°	5,48	5,48	291	69	13,5°
3 - avant accrochage	35,5°	5,79	5,79	292	70	13,5°
3 - après accrochage en $O_3 A_8 A_8$	35,5°	5,68	5,68	222	63	16°
4 - avant accrochage	41°	5,65	5,65	229	67	16,5°
4 - après accrochage en $O_4 A_9 A_9$	41°	5,54	5,54	155	55	19,5°
5 - avant accrochage	47°	4,60	4,60	190	95	
5 - après accrochage en $O_5 A_{10} A_{10}$	47°	4,49	4,49	138	91	
6 - avant accrochage	54°	4,19	4,19	155	96	
6 - après accrochage en $O_6 A_{11} A_{11}$	54°	3,79	3,79	122	96	
6 - au contact limite (passage du 1 ^{er} au 2 ^e appui)	54°	5,10	1,13		65	
7 - avant accrochage	61,5°	4,95	0,15		70	
7 - après accrochage en $O_7 A_2 A_8$	61,5°	4,37	1,40		75	
8 - avant accrochage	71,5°	4,26	0,41		69	
8 - après accrochage en $O_8 A_3 A_{10}$	71,5°	3,72	1,21		81	
9 - avant accrochage	81,5°	3,65	0,81		71	
9 - après accrochage en $O_9 A_4 A_{11}$	81,5°	3,17	1,40		84	
10 - avant dépôt sur ber	91,3°	3,13	1,51		79	
10 - après dépôt sur ber	91,3°	variable 2,35 à 6,25	0		0	

F. INCIDENCE DU POIDS DES CÂBLES SUR LA VALEUR DES TENSIONS CALCULÉES

On peut constater, à l'examen du tableau récapitulatif, que la tension qui s'exerce sur chaque cordage n'excède jamais six tonnes.

D'après les normes de la marine, un cordage en chanvre artisanal soigné, assez analogue vraisemblablement à ceux qui furent employés dans l'antiquité, et devant travailler de façon normale à 6 ou 7 tonnes (pour une résistance à la rupture de 20 tonnes) aura 180 mm de circonférence ou 57 mm de diamètre. Son poids au mètre peut être estimé à 2,30 kg environ.

Il est possible ainsi d'estimer rapidement le poids des cordages de l'échafaudage dans une position donnée, par exemple la position 3, lorsque le monolithe fait un angle de 35°30' avec la verticale, et avant l'accrochage des suspentes. La longueur des cordes peut être mesurée sur la figure 21 : chacun des câbles mesurerait 77 m s'il était rectiligne, mais en réalité 90 m en raison de l'effet de chaînette qui fait courber les cordages sous l'action de leur propre poids. L'ensemble des 24 tirants agissant dans cette position pèserait environ :

$$24 \times 90 \times 2,30 \times 1/2 = 2,5 \text{ t}$$

Les câbles de suspension correspondants auront au total une longueur d'environ 85 m :

$$6 \times 85 \times 2,30 = 1,2 \text{ t}$$

L'ensemble des cordages pour la position 3 ne pèse ainsi que 3,7 t approximativement. Leur poids total ne représente que le centième de celui de l'obélisque, et son effet est ainsi pratiquement négligeable sur les tensions calculées précédemment.

CONCLUSION

Les calculs effectués montrent que l'abattage de l'obélisque dont nous avons estimé le poids total à 380 tonnes est parfaitement réalisable, sans que la tension exercée sur chacun des cordages mis en œuvre ne dépasse 6 tonnes, les caractéristiques générales de l'échafaudage correspondant bien aux données de base fournies par les fouilles.

Le recours à une structure de bois et à des cordages correspond bien à ce que nous savons de ce type d'opération d'après les auteurs anciens. L'intérêt du principe général de l'échafaudage réside dans la bonne répartition des forces, et dans le renforcement du système de suspension de l'obélisque au fur et à mesure de sa descente.

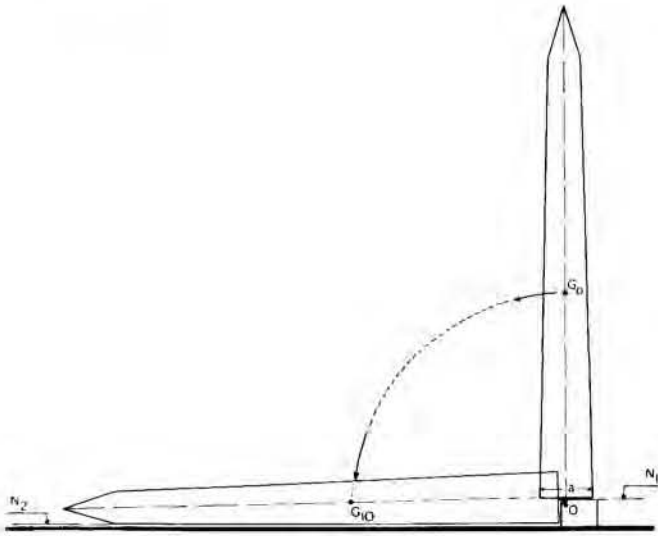


Fig. 1.

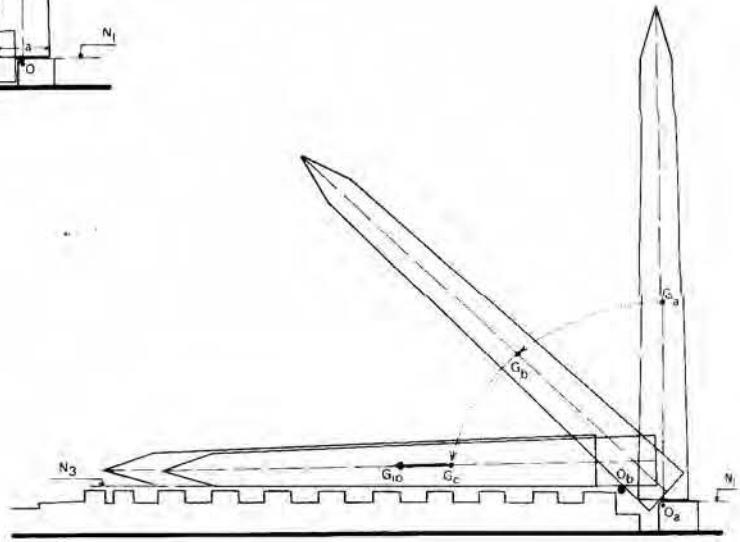


Fig. 3.

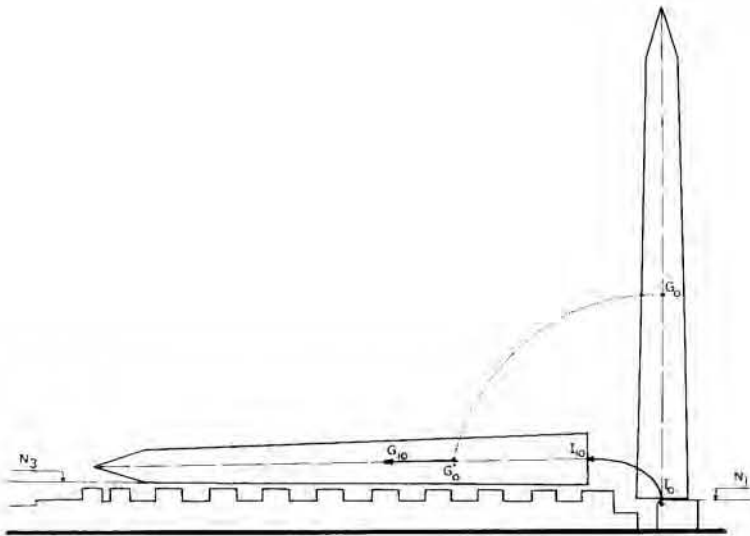


Fig. 2.

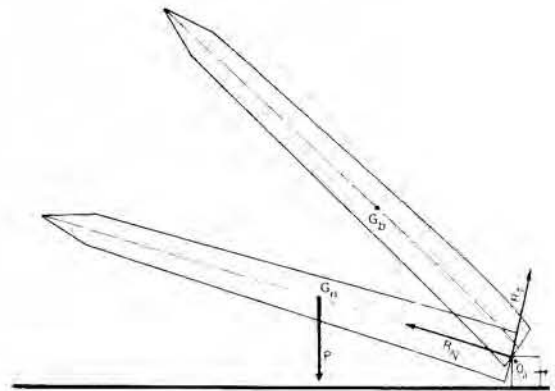


Fig. 4.

Rotations et translation effectuées par l'obélisque.

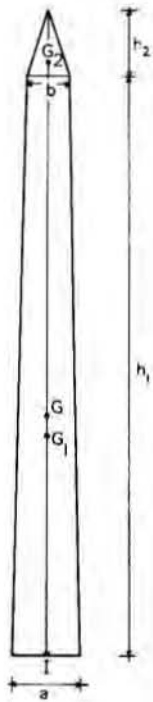


Fig. 5. Position du centre de gravité.

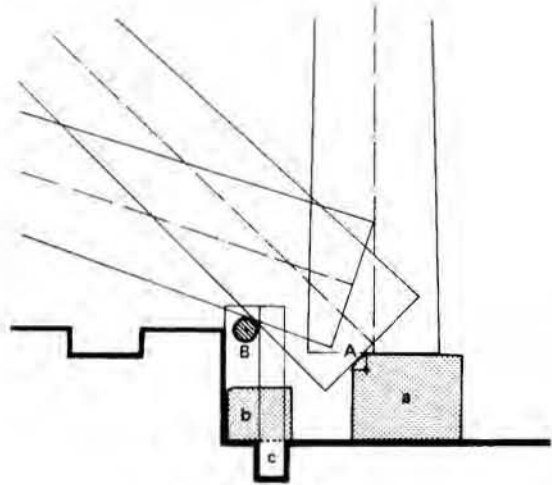


Fig. 6. Position des appuis.

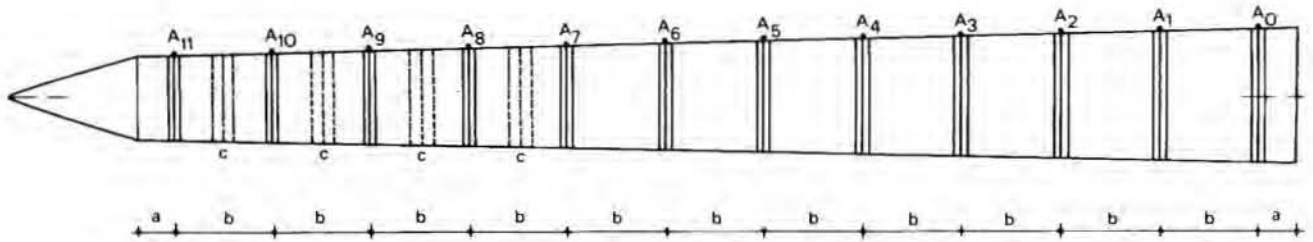


Fig. 7. Répartition des points d'accrochage des suspentes.

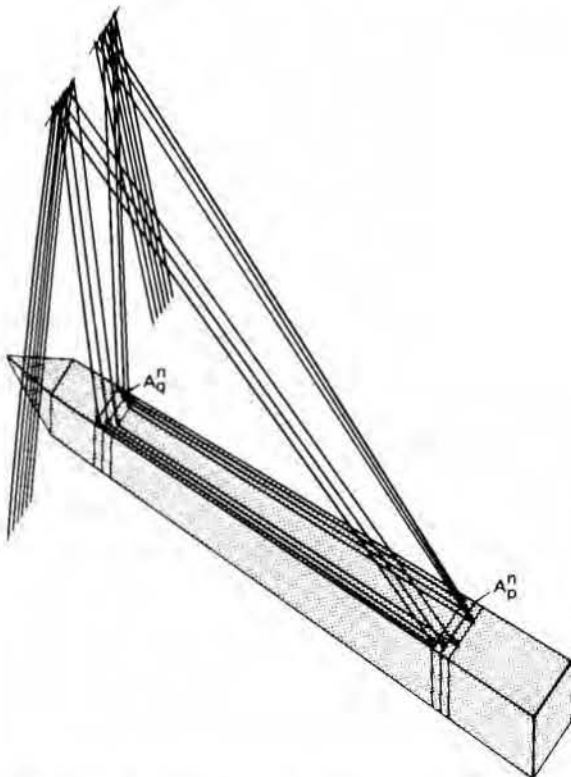


Fig. 8. Disposition des suspentes de l'obélisque à chaque portique.

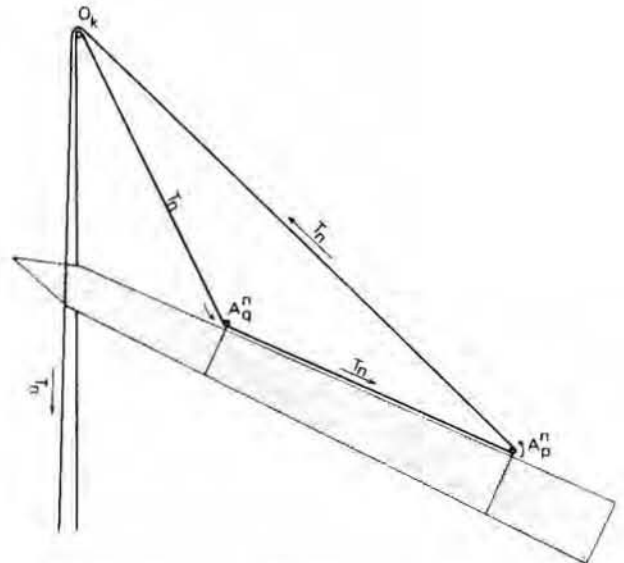


Fig. 9. Schéma donnant la disposition du système d'accrochage.

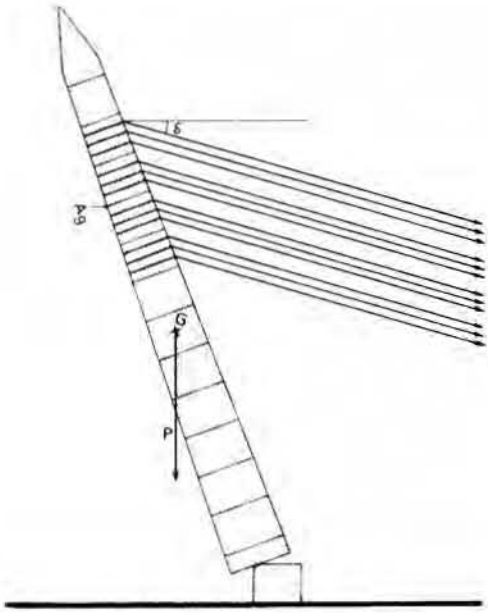


Fig. 10. Disposition des tirants de freinage.

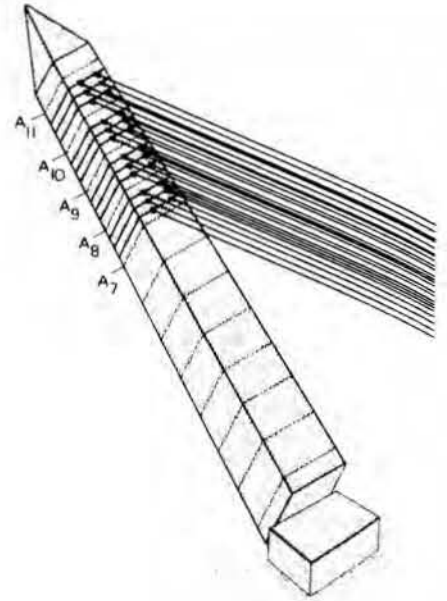


Fig. 11. Ensemble des tirants de freinage.

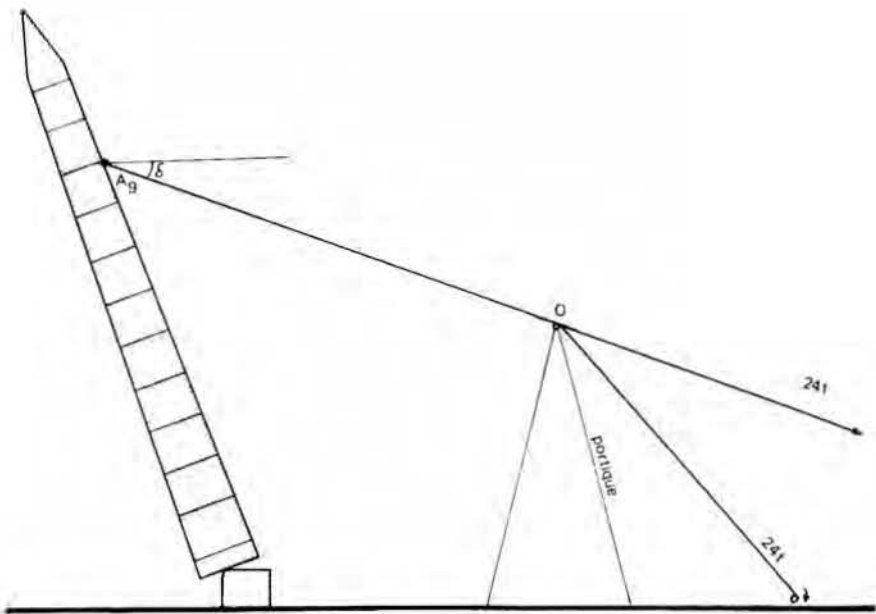


Fig. 12. Principe schématique du dispositif de freinage, adopté dans les calculs.

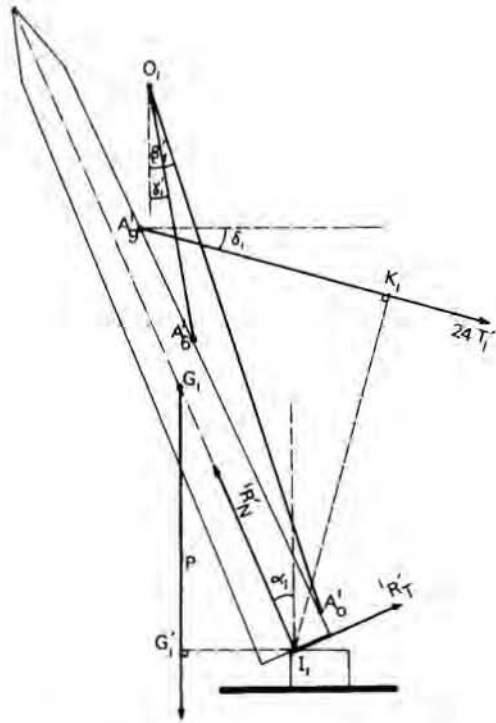


Fig. 18. Accrochage au premier portique.

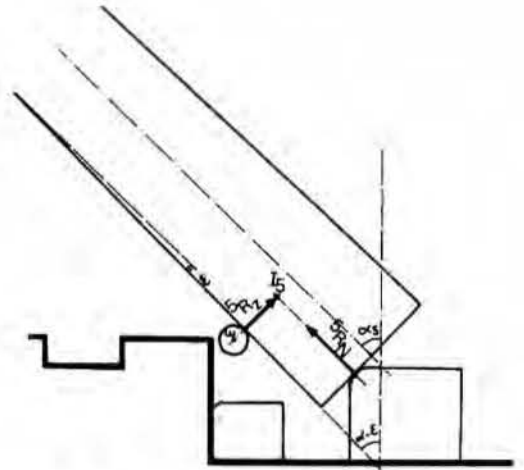


Fig. 19. Passage du premier au deuxième appui.

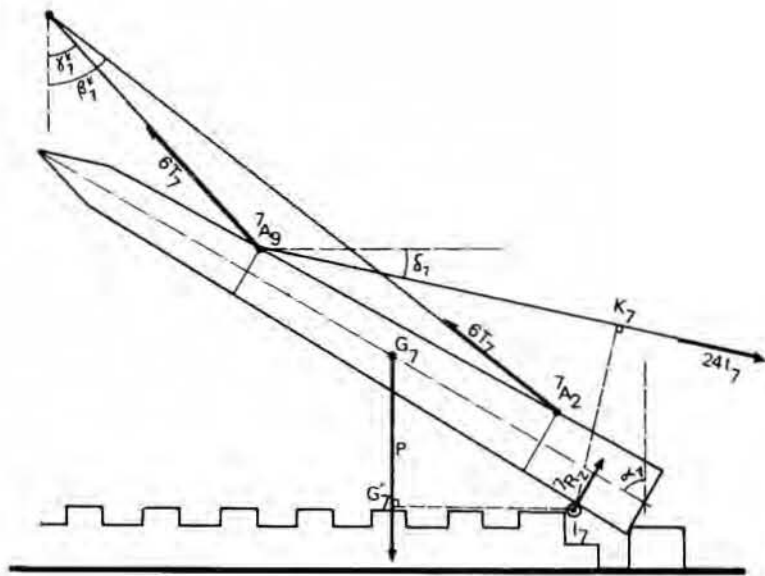


Fig. 20. Equilibre des forces dans la position 7.

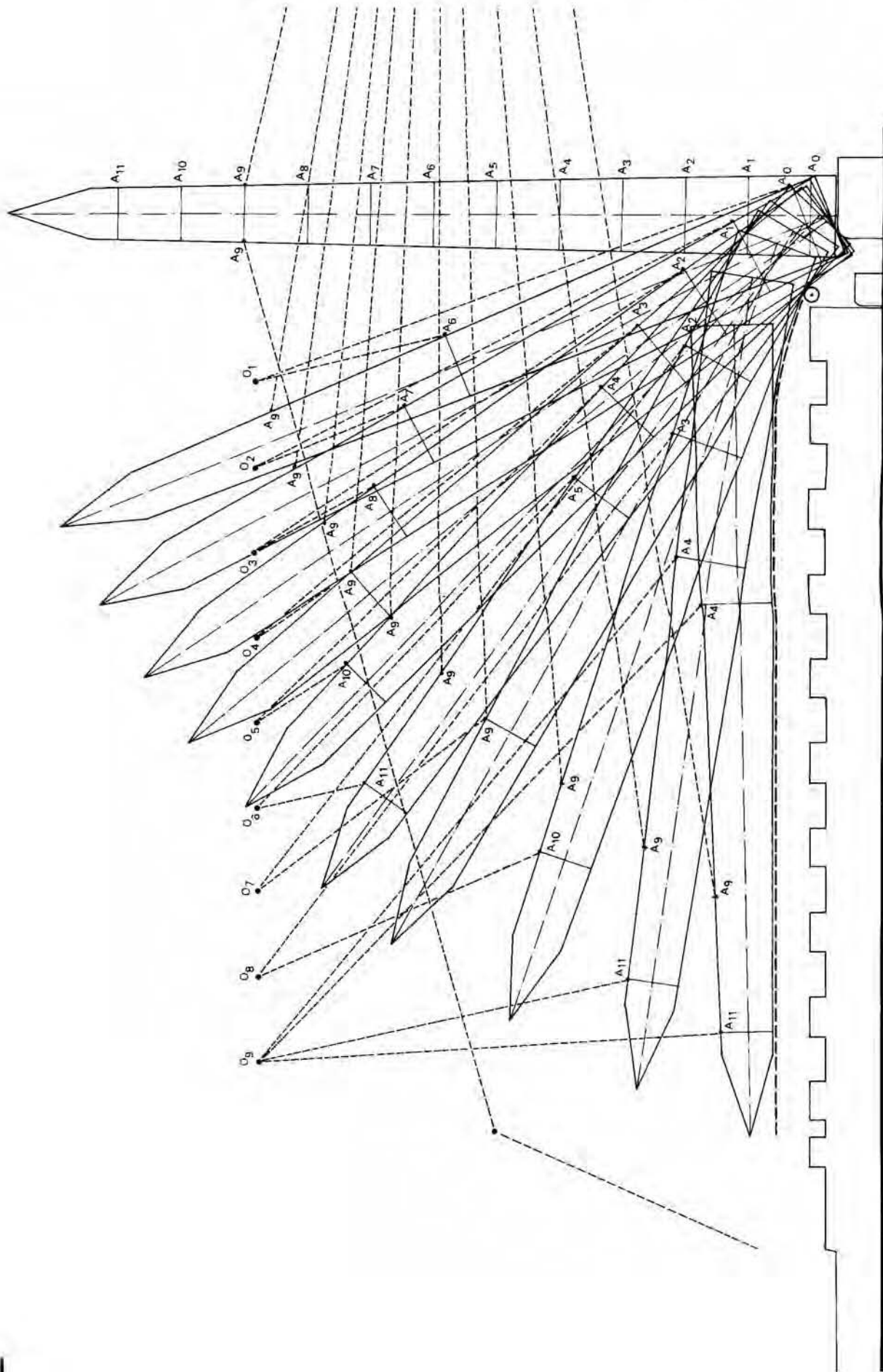
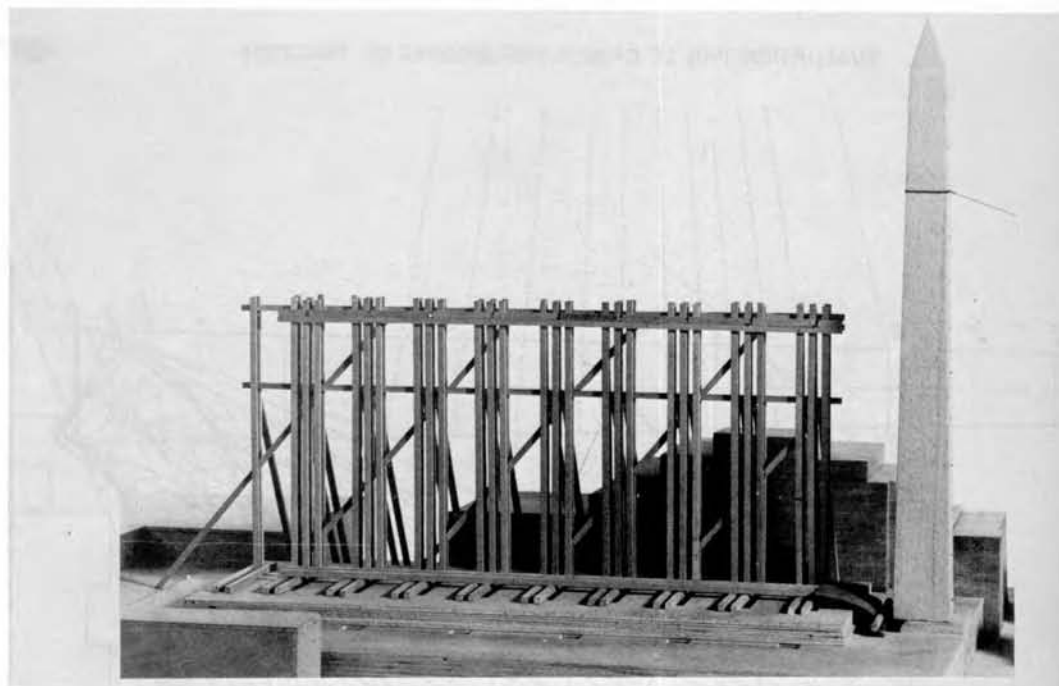
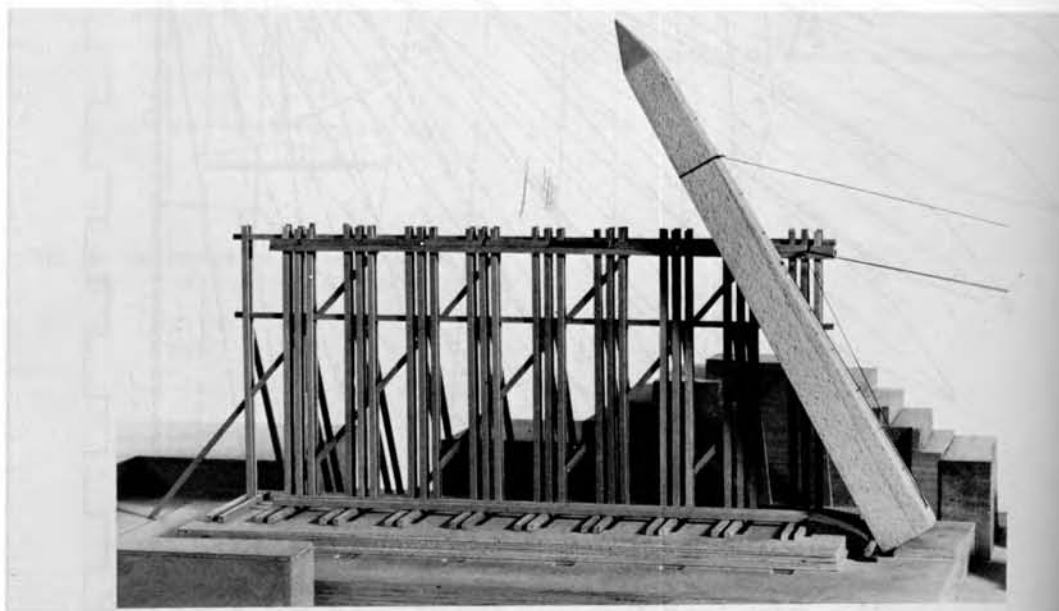


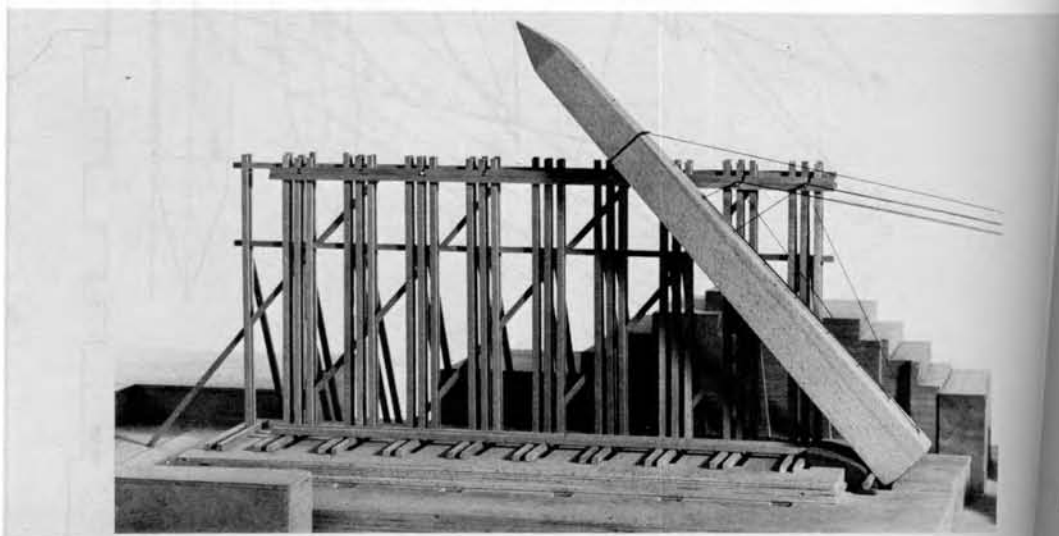
Fig. 21. Positions successives de l'obélisque au moment de son accrochage à chaque portique.



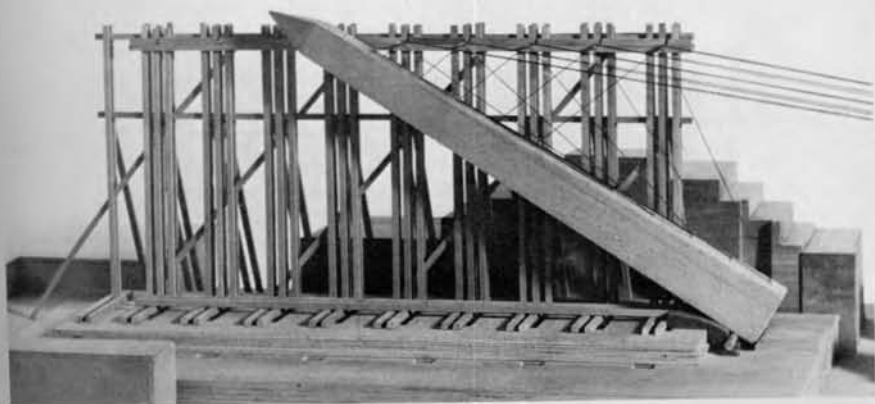
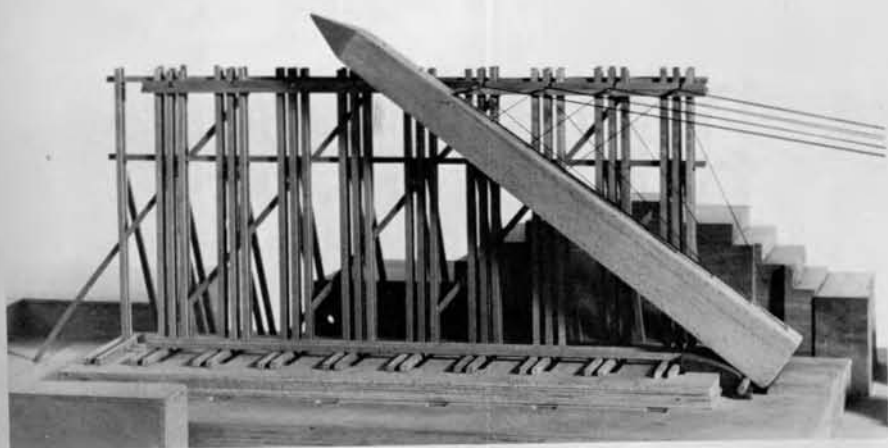
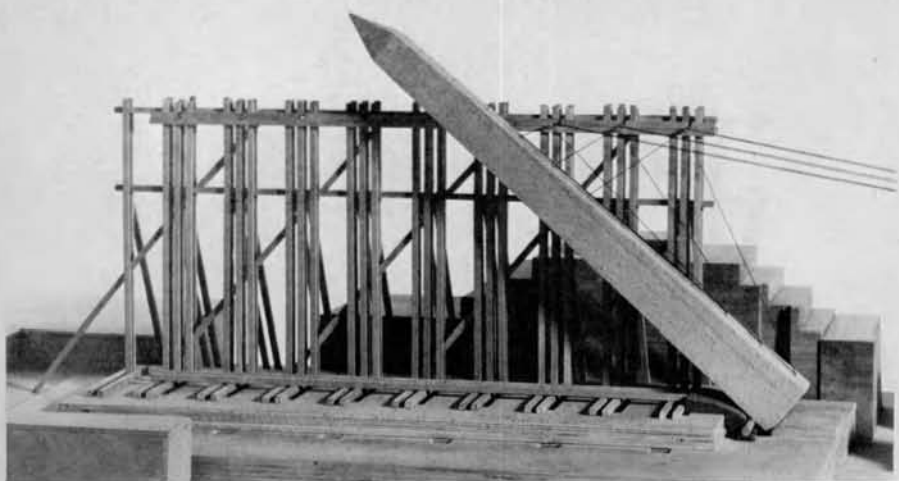
1



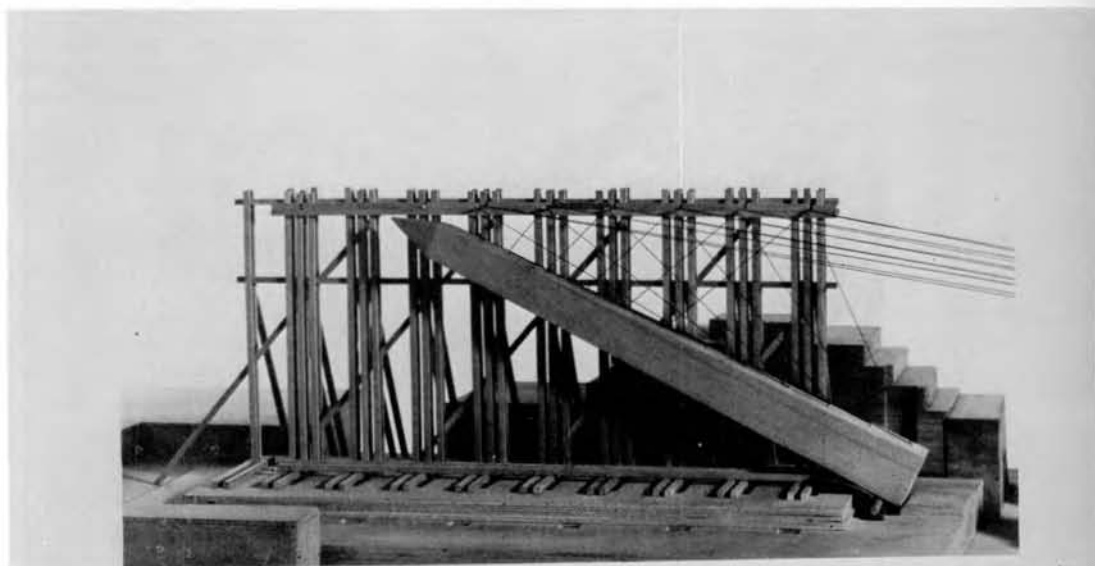
2



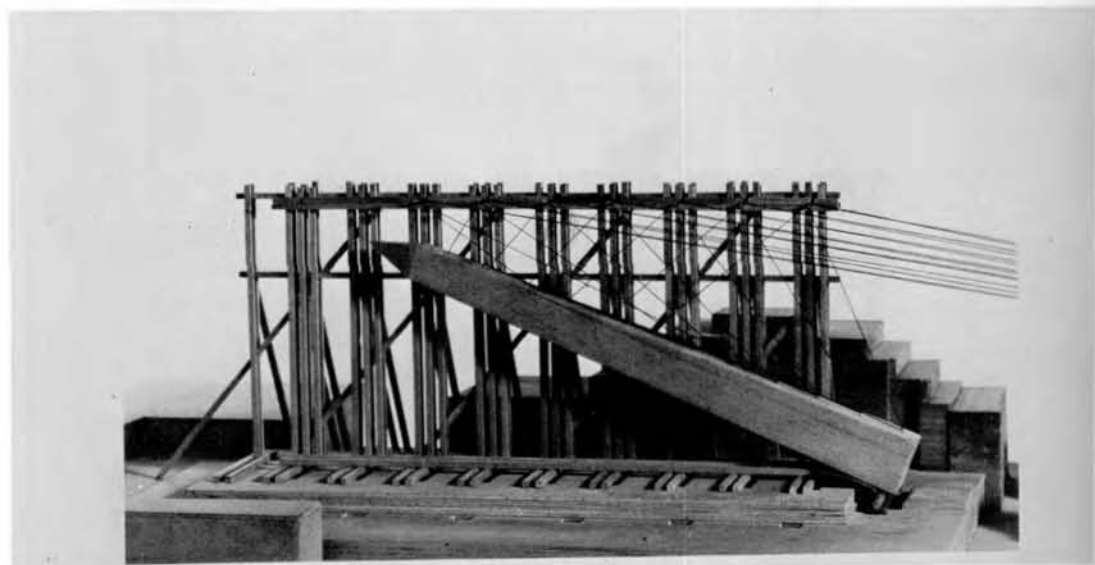
3



1



2



3

