

History of RSB Interview: Bernard Derrida

October 16, 2020, 9:40-11:00am (EDT). Final revision: November 20, 2020

Interviewers:

Patrick Charbonneau, Duke University, patrick.charbonneau@duke.edu

Francesco Zamponi, ENS-Paris

Location:

Over Zoom, from Prof. Derrida's office at École normale supérieure (ENS), Paris, France.

How to cite:

P. Charbonneau, *History of RSB Interview: Bernard Derrida*, transcript of an oral history conducted 2020 by Patrick Charbonneau and Francesco Zamponi, History of RSB Project, CAPHÉS, École normale supérieure, Paris, 2021, 23 p.

<https://doi.org/10.34847/nkl.3e183b0o>

PC: Le but premier de cet entretien est de parler de la communauté de mécanique statistique qui a touché de près ou de loin à la brisure de symétrie des répliques et aux verres de spin du milieu des années 1970 jusqu'au milieu des années 1990, et c'est dans ce contexte-là que nous nous entretenons aujourd'hui. Mais, pour nous mener à cette période, je voulais commencer par quelque chose que j'ai lu dans votre lecture inaugurale au Collège de France. Dans celle-ci, vous remerciez vos professeurs de mathématiques et physique à El Biar et au lycée Condorcet¹. Outre cette information, j'en sais relativement peu sur ce qui vous a amené à travailler en physique. Pouvez-vous nous en dire un peu plus sur ce qui vous a mis sur la route de l'ENS et ensuite à la mécanique statistique?

BD: [0:00:58] Je suis rentré à l'ENS en 1971, à l'âge de 18 ans, sans trop savoir où je mettais les pieds. Bon, je crois que je me posais des questions d'ordre un peu métaphysique, avec une soif de vérité à laquelle il me semblait que la physique pouvait répondre de manière plus satisfaisante que d'autres disciplines. J'avais envie d'avoir des idées un peu plus nettes sur la différence entre ce qu'on croit et ce qu'on sait vraiment. Voilà! C'était une de mes motivations et puis, sans doute comme beaucoup de gens, j'avais des facilités en mathématiques et en physique pendant mes études, donc c'était assez naturel de faire ça. Mais quand je suis rentré à l'École normale, je n'avais aucune idée de ce que pouvait être la recherche et donc je n'imaginai pas qu'un jour j'en ferais mon métier. Ce n'était pas ce vers

¹ B. Derrida, *Physique Statistique : La flèche du temps et le hasard* (Paris: Fayard et Collège de France, 2016).

quoi je me dirigeais. J'avais plutôt en tête de faire de l'enseignement. Et puis après, quand on est sur place, le cursus consiste à faire un master (DEA) suivi d'une thèse. Quand on fait une thèse, on commence à vivre dans un labo, on voit comment ça se passe.

Les circonstances n'ont pas été faciles au début et il est possible que c'est ce qui m'a poussé à rester dans la recherche. Si mes débuts avaient été plus faciles, peut-être que je serais parti vers autre chose. Mais là, comme quelqu'un qu'on essaie de pousser vers la sortie, j'ai essayé de m'agripper. Voilà vraiment le sentiment que je garde sur le début de ma vie de chercheur.

PC : Et pourquoi la mécanique statistique. Ou comment la mécanique statistique?

BD : [0:02:30] Bien, pourquoi la mécanique statistique? Quand je faisais mes études, j'ai suivi pas mal de cours. La physique atomique était un sujet qui avait l'air d'être très bien compris avec la possibilité de faire des calculs précis. La physique nucléaire me paraissait être un sujet plus ouvert. C'était donc ce que j'étais décidé à faire. J'ai cherché des sujets de thèse. Il y avait quelqu'un à Saclay qui proposait une thèse en physique nucléaire, mais il a pris un autre étudiant. Alors, je me suis rabattu sur autre chose, un sujet proche de la physique statistique ou mathématique. J'estime aujourd'hui avoir eu beaucoup de chance de ne pas faire de physique nucléaire et de m'être orienté vers la physique statistique.

PC : Pouvez-vous nous décrire un peu de quoi la communauté de mécanique statistique avait l'air à Paris, à cette époque-là? Durant vos études, comment est-ce que c'était organisé? Qui venait visiter?

BD : Pendant mes études ou début de ma thèse?

PC : Au début de votre thèse, disons.

BD : [0:03:33] J'ai commencé ma thèse à Saclay, et ensuite je l'ai poursuivie à Grenoble. À Saclay, le grand sujet à cette époque était la renormalisation appliquée aux phénomènes critiques. Des gens comme Édouard Brézin, Jean-Claude Le Guillou ou Jean Zinn-Justin² calculaient des diagrammes à des ordres assez élevés, pour déterminer de manière précise des exposants critiques. Le sujet que m'a proposé Michel Gaudin était relié à l'*ansatz* de Bethe. Les questions qu'il m'avait demandé de regarder étaient assez difficiles. Le sujet était intéressant mais me paraissait à l'époque un

² Jean Zinn-Justin : https://en.wikipedia.org/wiki/Jean_Zinn-Justin

peu démodé. J'avais tort car de nombreuses années après, mon expérience acquise sur l'*ansatz* de Bethe m'a été bien utile. Et puis ma thèse de 3^{ème} cycle m'a donné des bases assez solides en analyse complexe. Mais c'était la période triomphante du groupe de renormalisation, des développements en epsilon et des choses comme ça.

PC : Y avait-il beaucoup de visiteurs qui venaient à Paris ou était-ce surtout centré sur soi?

BD : [0:04:23] On bougeait beaucoup moins qu'actuellement, mais, à Saclay, j'ai connu comme ça un certain nombre de gens qui travaillaient sur des sujets de physique statistique. Je pense à Daniel Amit³, Luca Peliti ou encore Henk Hilhorst. J'ai écrit plus tard un article avec Luca Peliti et deux articles avec Henk Hilhorst. En ce qui concerne ma thèse, je n'ai pas pu continuer à la faire à Saclay, et je suis parti à l'ILL à Grenoble—l'ILL, je ne sais pas si ça vous dit quelque chose, c'est l'Institut Laue-Langevin⁴—où il y avait un flux important de gens qui passaient—je n'en étais pas conscient à l'époque—mais ils étaient ou allaient devenir de grandes figures du domaine. Il y avait, par exemple, des gens comme Peter Young, Duncan Haldane⁵, Ted Burkhardt, Hans Fogedby ou David Sherrington qui passaient au moins un an ou parfois plus comme postdocs ou en année sabbatique. À l'ILL, j'ai vu passer David Thouless⁶ et probablement d'autres noms que je n'ai pas en tête à l'instant, mais enfin des grands noms. Certains faisaient des séminaires sur les verres de spin et, moi, j'entendais parler de ce sujet où il y avait une double moyenne dans laquelle ils avaient l'air tous de se sentir très à l'aise. Moi, j'étais un peu perdu là-dedans. Ces questions d'impuretés magnétiques diluées dans un métal n'étaient pas un sujet qui m'attirait trop.

FZ : Mais donc l'ILL c'était un institut de physique nucléaire?

BD : [0:06:01] L'ILL était—je ne sais pas si c'est toujours le cas—un institut Franco-Allemand-Anglais (les trois pays). C'était un institut surtout consacré à des expériences sur la diffusion de neutrons. Il y avait un grand réacteur et les gens venaient faire leurs expériences. À l'ILL, il y avait aussi un petit groupe de théoriciens dirigé par Philippe Nozières⁷ qui avait su y attirer, comme je l'ai dit plus haut, des théoriciens de premier plan.

FZ : Donc, c'était la matière condensée, disons, le sujet?

³ Daniel Amit: https://en.wikipedia.org/wiki/Daniel_Amit

⁴ Institut Laue-Langevin: https://en.wikipedia.org/wiki/Institut_Laue-Langevin

⁵ Duncan Haldane : https://en.wikipedia.org/wiki/Duncan_Haldane

⁶ David Thouless : https://en.wikipedia.org/wiki/David_J._Thouless

⁷ Philippe Nozières: https://en.wikipedia.org/wiki/Philippe_Nozi%C3%A8res

BD : Surtout, oui.

PC : D'ailleurs, à ce propos, dans votre introduction à l'Académie des Sciences vous avez mentionné que c'était dans le groupe de Toulouse et Vannimenus, à l'ENS que vous avez appris l'existence du problème avec le modèle SK.

BD : [0:07:10] Donc, comme je le disais, j'ai dû assister à quelques séminaires à Grenoble sur les verres de spins. Je ne crois pas que c'était par David Sherrington ou Peter Young, parce qu'en général ils donnent des séminaires très clairs. Ça devait être quelqu'un d'autre et j'étais sorti d'un de ces séminaires sur les verres de spin en me disant : « Ce n'est pas du tout un sujet pour moi. »

Ma période à Grenoble n'a pas été très productive parce que mon sujet de thèse ne me plaisait pas trop. Au bout d'un an et demi, j'ai dit à Philippe Nozières que je souhaitais partir, que j'allais sans doute interrompre ma thèse et faire autre chose. J'hésitais entre devenir professeur du secondaire ou me lancer dans des études totalement différentes. Il m'a alors proposé d'aller, au moins, assez régulièrement à l'École normale voir si je pourrais avoir des interactions là-bas. J'y ai donc été d'abord comme ça, un ou deux jours tous les 15 jours et puis, ensuite, j'y ai passé plus de temps, de l'ordre de 6 mois. Avant mon départ de Saclay j'avais entrepris, en collaboration avec Yves Pomeau⁸, des travaux sur les systèmes dynamiques et le doublement de période et comme Yves venait souvent à l'ENS, cela m'a permis de continuer à travailler sur ce sujet. Il y avait aussi à l'ENS Gérard Toulouse⁹ et Jean Vannimenus qui travaillaient sur les problèmes frustrés à deux dimensions. Ça, ça correspondait plus à ce que j'aimais, c'est-à-dire des problèmes comme le modèle d'Ising ou des problèmes mathématiquement bien posés. J'ai donc baigné là-dedans et, à la fin 1978, on a publié avec Yves Pomeau et Jean Vannimenus un petit article sur les systèmes frustrés à une dimension¹⁰, qui faisait un peu le point sur ce qu'on savait faire. Mais manifestement, à cette époque-là, le modèle SK occupait beaucoup la tête des gens. Et donc j'ai été exposé à ça, à ce moment-là.

PC: Donc c'est vraiment en discutant avec eux. Ce n'est pas qu'il y avait des visiteurs qui venaient en discuter.

⁸ Yves Pomeau : https://en.wikipedia.org/wiki/Yves_Pomeau

⁹ Gérard Toulouse : https://en.wikipedia.org/wiki/G%C3%A9rard_Toulouse

¹⁰ B. Derrida, J. Vannimenus and Y. Pomeau, "Simple frustrated systems: chains, strips and squares," *J. Phys. C* **11** 4749 (1978). <https://doi.org/10.1088/0022-3719/11/23/019>

- BD:** [0:09:02] Mon souvenir, c'est que c'est beaucoup sous leur influence que je me suis mis à réfléchir au modèle SK. Et, en même temps, à Saclay—où j'avais gardé des liens—il y avait aussi un intérêt pour les verres de spin et le modèle SK. Ce qui s'est passé ensuite en 1978, c'est que je suis parti faire mon service militaire de l'été 1978 à l'été 1979. J'étais marin. Au début, un vrai marin et, après, j'ai dû faire des tâches administratives dans un bureau de l'armée. J'ai essayé de faire ce qu'on me demandait aussi vite que possible et quand j'avais du temps j'ai commencé à rédiger ma thèse. Il y avait une partie de cette thèse sur les systèmes chaotiques (mes travaux avec Yves Pomeau et Annie Gervois) et l'autre, déjà, sur des verres de spin, les systèmes frustrés, des choses comme ça (qui résultaient de travaux avec Yves Pomeau, Gérard Toulouse et Jean Vannimenus). J'ai soutenu ma thèse fin 1979¹¹.
- PC:** Dans votre leçon inaugurale au Collège de France, vous avez mentionné une école d'été aux Houches, sur la matière mal condensée¹².
- BD:** [0:10:13] C'est une école qui, pour moi, a été très importante. Je n'en ai suivi que la première partie, puisque j'ai été militaire à partir du début août. L'école a duré plus longtemps. Les grandes stars du sujet—Phil Anderson¹³, Scott Kirkpatrick, Giorgio Parisi, Pierre-Gilles de Gennes¹⁴, Tom Lubensky¹⁵, David Thouless—étaient là. C'est sûr que ça donnait beaucoup d'idées. On ne comprenait pas tout, mais on pouvait approcher les gens les meilleurs du domaine.
- PC:** Est-ce que ça a été une école marquante pour vous et votre génération?
- BD:** [0:10:57] Oui, à beaucoup d'égards! Je ne peux pas dire que j'ai appris énormément de choses à ce moment-là, mais, d'abord, j'ai connu beaucoup de gens qui étaient à peu près de ma génération et qui sont devenus depuis des scientifiques bien établis. Ça a créé des liens. D'autre part, j'ai vu Anderson, Kirkpatrick, Thouless, des gens comme ça. C'était très stimulant.

¹¹ B. Derrida, *Effets du désordre et de la frustration dans les systèmes magnétiques : propriétés critiques des bifurcations de transformations unidimensionnelles*, Thèse d'État, Sciences physiques, Paris 11 (1979). https://universiteparisud.focus.universite-paris-saclay.fr/permalink/f/1gllaij/33UDPS_ILS126745

¹² Les Houches, Session XXXI, July 3-August 18, 1978. Cf. *La Matière mal condensée/III-Condensed Matter*, Ed. R. Balian, R. Maynard, G. Toulouse (Amstredam: North-Holland Publishing, 1979).

¹³ Phil Anderson : https://en.wikipedia.org/wiki/Philip_W._Anderson

¹⁴ Pierre-Gilles de Gennes: https://en.wikipedia.org/wiki/Pierre-Gilles_de_Gennes

¹⁵ Tom Lubensky: https://en.wikipedia.org/wiki/Tom_Lubensky

PC: Donc, c'est un peu après ça que vous vous êtes embarqué à essayer de faire le lien entre le SK et ce qui est éventuellement devenu le REM?

BD: [0:11:30] Oui, en fait, je disais en août 1978—au milieu de l'école d'été—je suis parti au service militaire. J'y ai passé un an. J'ai essayé de finir de rédiger ma thèse après mon service militaire et je l'ai soutenue fin 1979. En même temps, en réfléchissant au modèle SK et au modèle d'Edwards Anderson, j'ai pris conscience que le problème des verres de spins à l'équilibre pouvait se résumer à étudier des sommes de variables aléatoires corrélées. On ajoute les poids de Boltzmann et ces poids de Boltzmann sont corrélés. Donc, j'ai essayé de réfléchir à ça, à l'époque. Depuis, j'ai compris que beaucoup de problèmes de systèmes désordonnés à l'équilibre peuvent se formuler aussi comme une somme de variables aléatoires corrélées. Donc, c'était sans doute un peu ambitieux d'essayer de résoudre ce type de problème, mais je n'en étais pas totalement conscient. Moi, je croyais que, bon, les variables sont corrélées, on va faire quelque chose... Assez vite, je me suis rendu compte que ce n'était pas facile, mais, à ce moment-là, et c'est ce qui apparaît je crois déjà dans mon article de 1980, j'ai pensé introduire le modèle de p -spin en disant: "Je vais essayer de faire une perturbation autour d'un cas facile, comme souvent on fait en physique." Il y avait deux cas faciles. Il y a le cas $p=1$, où les spins ne sont pas couplés, et le cas $p=\infty$, où les énergies sont non corrélées. Donc, j'ai essayé ça. J'ai passé énormément de temps à essayer de prendre en compte les corrélations et je ne suis pas arrivé à faire un calcul pour p grand, comme j'espérais le faire. Et donc, finalement, j'ai publié ces articles sur le modèle à énergies aléatoires, un peu en me disant: "Bon, je ne peux pas faire mieux. Je mets ça." Mais mon but était de faire en sorte de traiter ces corrélations au moins de manière perturbative.

PC: C'étaient des choses que vous aviez commencées déjà en tant que marin? Pouvez-vous nous donner une échelle de temps? Comment est-ce que ça s'est développé?

BD: [0:13:46] Disons, tout ça c'est une période relativement courte, parce que quand j'étais dans l'armée—jusqu'à l'été 1979—pendant mon temps libre, j'écrivais ma thèse, et je réfléchissais un peu à ça. Et je pense que mon article—le premier article sur le REM¹⁶—a dû être publié au début ou à la fin du printemps 1980. Je suis à peu près sûr qu'il a été publié au printemps 1980, parce que je garde le souvenir d'être allé à la conférence STATPHYS¹⁷

¹⁶ B. Derrida, "Random energy model: limit of a family of disordered models," *Phys. Rev. Lett.* **45**, 79-82 (1980). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.45.79>

¹⁷ STATPHYS 14, August, 17-22, 1980, University of Alberta, Edmonton, Canada. cf. *STATPHYS 14*, Ed. J. Stephenson (Amsterdam, North-Holland, 1981), reprinted in *Physica A* **106**(1-2) (1981). [https://doi.org/10.1016/0378-4371\(81\)90232-6](https://doi.org/10.1016/0378-4371(81)90232-6)

à Edmonton l'été suivant—donc, pendant l'été 1980—et que croisant quelqu'un dans l'ascenseur, il m'a demandé comment je m'appelais. J'ai donné mon nom, et il m'a dit: "Ah! c'est vous qui avez écrit cet article." Quand on est jeune, chercheur, c'est quelque chose qui fait plaisir et qu'on oublie pas... La personne c'était Palmer, Richard Palmer. Voilà!

PC: Qui était à Duke, d'ailleurs!

BD: En fait, quand on est débutant, comme c'était mon cas, l'idée même d'écrire un article prend du temps avant de se dire: "Je vais l'écrire, en anglais, pour PRL". Tout ça n'est pas complètement évident. Mais à la conférence STATPHYS d'Edmonton, je garde un autre souvenir. (Je ne sais pas si ça vaut la peine. Peut-être qu'on le supprimera après.) J'ai présenté un poster sur le REM, le seul poster d'ailleurs de ma vie. C'était dans un espace très en longueur—un peu comme la galerie des glaces—où les gens mettaient leurs posters. Bon, j'ai mis mon poster et, à un moment, des gens vraiment connus du sujet sont arrivés en groupe. Ils se sont arrêtés trois ou quatre posters avant le mien, ils sont passés sans même jeter un regard à mon poster et ils sont allés un peu plus loin serrer la main de gens qu'ils connaissaient. Cela m'a remis les pieds sur terre!

PC: Vous avez mentionné que la réception de la communauté de mécanique statistique à ce travail-là a été plutôt lente à se développer.

BD: [0:16:26] Oui, tout à fait. Elle a été lente. Ça a fait que j'ai changé de sujet. Je me suis rendu compte que ça n'intéressait pas grand monde. Et donc, j'ai fait d'autres choses: d'autres questions sur les systèmes désordonnés comme des calculs d'exposants critiques ou d'exposants de Lyapounov. Je me suis dit: "Ce n'est pas la peine si ça n'intéresse personne." En fait, les gens étaient très intéressés par la solution de Giorgio Parisi. Moi, j'avoue que j'étais un peu sceptique, parce que je ne comprenais pas très bien. Mathématiquement, je ne me sentais pas à l'aise. Je pensais que la théorie de Giorgio était une possibilité, peut-être une approximation, mais je n'étais pas du tout conscient que ça pouvait être la bonne solution. Donc, j'ai fait autre chose.

PC: Donc, entre ce travail et sa reconnaissance, vous avez dit, quelques années plus tard par Mézard et Gross¹⁸, vous n'avez pas vraiment interagi avec la communauté verre de spin?

¹⁸ D. J. Gross and M. Mézard, "The simplest spin glass," *Nucl. Phys. B* **240**, 431-452 (1984).
[https://doi.org/10.1016/0550-3213\(84\)90237-2](https://doi.org/10.1016/0550-3213(84)90237-2)

- BD:** [0:17:27] Et bien, non, je n'en ai pas le souvenir, sauf que je venais très régulièrement à l'École normale. Et à Saclay, beaucoup de gens étaient intéressés comme Cirano de Dominicis, Claude Itzykson—je ne sais pas s'il a publié beaucoup sur le sujet, mais il était très intéressé aussi. J'entendais beaucoup parler de ces choses, mais, je n'étais pas spécialement actif. En 1984, il y a eu cet article de Gross-Mézard, d'une part, les articles de Mézard-Parisi-Sourlas-Toulouse-Virasoro¹⁹—ces articles à cinq en 1984, où il donnent une interprétation de la brisure de symétrie des répliques et de l'ultramétrie—d'autre part, qui m'ont redonné envie de travailler là-dessus. Et donc, on a écrit un article avec Gérard Toulouse²⁰ qui, pour moi, a eu une certaine importance, parce qu'on voyait que les statistiques qui étaient prévues par Mézard-Parisi-Sourlas-Toulouse-Virasoro, enfin $\Pi(Y)$ ²¹—je sais pas si ça vous dit quelque chose—étaient identiques à celles qu'on pouvait calculer directement pour le REM. Ça, c'était une chose. Et puis il y avait leurs articles de 1984 sur l'ultramétrie. J'avais toujours en tête que je voulais résoudre des problèmes où il y avait des corrélations. Et donc, l'idée m'est venue: "Essayons de mettre des corrélations dans un cas où on peut faire des calculs sans faire appel à une méthode des répliques," qui, pour moi, mathématiquement n'avait pas suffisamment de fondement pour que je me sente à l'aise pour l'utiliser. Et donc, je me suis mis à faire le GREM²², et j'étais très, très content d'arriver à résoudre un problème où il y avait des corrélations et qui pouvait donner un pas de brisure de symétrie comme le REM ou beaucoup de pas, ou même un continuum de brisures, *FullRSB*, comme on dit. Ça, ça a été le redémarrage. Et à ce moment-là, aussi, il y avait Elizabeth Gardner—alors, si vous voulez je peux en parler aussi, si ça vous intéresse—qui était postdoc à Saclay.
- PC:** Oui, on y arrive. Je comptais justement parler de vos collaborateurs à la question suivante. Avant qu'on s'engage dans cette direction-là, je voulais vous demander comment est-ce que vos relations avec la communauté des verres de spin ont changé après les papiers de 1984?
- BD:** [0:20:07] Disons que mes articles ont été plus reconnus. On est sensible à ça. Si on écrit des articles, c'est qu'on a envie qu'il soient lus et ça fait plaisir

¹⁹ M. Mézard, G. Parisi, N. Sourlas, G. Toulouse and M. Virasoro, "Nature of the Spin-Glass Phase," *Phys. Rev. Lett.* **52**, 1156 (1984). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.52.1156>; "Replica symmetry breaking and the nature of the spin glass phase," *J. Phys. France* **45**, 843-854 (1984). <https://doi.org/10.1051/jphys:01984004505084300>

²⁰ B. Derrida and G. Toulouse, "Sample to sample fluctuations in the random energy model," *J. Phys. Lett.* **46**, 223-228 (1985). <https://doi.org/10.1051/jphyslet:01985004606022300>

²¹ This quantity denotes the probability distribution of the (squared) weights of pure states in a RSB system.

²² B. Derrida, "A generalization of the random energy model which includes correlations between energies," *J. Phys. Lettres* **46**, 401-407 (1985). <https://doi.org/10.1051/jphyslet:01985004609040100>

quand ils le sont. Donc, ça m'a donné envie de revenir à ces sujets et d'essayer de construire un peu au-dessus de ou à côté de ce que Mézard, Parisi et leurs collaborateurs avaient fait.

PC: Mais vous n'avez jamais vraiment fait partie de la communauté de Mézard-Parisi, justement. C'était toujours en parallèle avec leurs efforts.

BD: [0:20:49] Oui. On était dans le même couloir, parfois même des bureaux ont été partagés. Par exemple, Werner Krauth, qui était l'étudiant de Mézard, était dans le même bureau que moi à l'École normale. Donc, il y a eu pas mal de discussions de choses comme ça, mais je suis resté un peu de mon côté. Je n'ai pas été dans le premier cercle des collaborateurs de Giorgio.

PC: Justement, en parlant de vos collaborateurs, dans votre introduction au Collège de France—c'est Antoine George qui faisait la présentation—il a mentionné qu'il aurait aimé être votre étudiant, mais que l'administration du CEA a rendu la chose impossible. Est-ce correct? Est-ce que c'est la raison pour laquelle vous avez eu peu de thésards durant votre temps au CEA?

BD: [0:21:42] J'ai eu un thésard à ce moment-là. Mon premier thésard c'était Hubert Saleur et je pense qu'il est probablement du même âge qu'Antoine Georges. Il y a plusieurs choses à dire. Ce qui s'est passé c'est qu'à un moment clé du choix d'un étudiant de thèse, j'étais dans une école d'été qui avait lieu au mois de mai. C'est à ce moment-là qu'a été décidé quel étudiant viendrait travailler avec moi. Je n'ai pas très bien compris comment les choses se sont arrangées, mais toujours est-il que ça a été Hubert Saleur, que je n'avais jamais vu, au lieu d'Antoine Georges que je n'avais non plus jamais vu ou peut-être un troisième dont j'ai oublié le nom, qui est peut-être lui aussi devenu un grand scientifique maintenant. Je ne sais pas. Enfin, je crois qu'il y en avait trois et, sans avoir vu aucun d'entre eux, parce que je n'ai eu que des discussions au téléphone avec les personnes à Saclay qui s'en occupaient, c'est Saleur qui a été choisi. Mais bon, je ne me souviens pas très bien. Maintenant, j'imagine que ce qu'a dit Antoine était un peu flatteur pour moi. Peut-être que, comme il n'a pas travaillé avec moi, il le regrette. Peut-être que s'il l'avait fait il le regretterait aussi. Parce que Hubert, finalement, je l'ai mis à travailler sur certains sujets d'effets de taille finie, mais ce qui l'a vraiment fait décoller c'est de travailler avec Claude Itzykson qui était dans le bureau à côté du mien puis avec Bertrand Duplantier, sur les théories conformes. Peut-être qu'Antoine Georges n'aurait pas si bien réussi s'il avait travaillé avec moi. Je n'en sais rien.

PC: À défaut d'avoir beaucoup de thésards et à défaut d'avoir travaillé avec Antoine Georges, vous avez eu quand même des collaborateurs hors pair à cette époque-là. Justement, vous avez mentionné Elizabeth Gardner. Est-ce que vous pouvez nous raconter un peu comment vous l'avez rencontrée? Comment vous vous êtes mis à travailler ensemble?

BD: [0:25:52] Elizabeth Gardner! Ça va nous amener aussi aux années 1983 et après. Elizabeth travaillait alors sur la physique des particules. Elle a fait sa thèse à Oxford et elle est venue à Saclay pour faire de la théorie des champs et de la physique des particules. Et donc, moi, je faisais de la physique statistique, elle, elle faisait des particules. Je pense qu'au moins pendant plusieurs mois on n'a pas dû échanger un seul mot à Saclay, parce qu'elle était très réservée, du fait de sa personnalité et, moi, je n'étais pas non plus très expansif. Toujours est-il qu'elle a essayé de travailler avec Claude Itzykson—un maître de la théorie des champs—et, à l'époque, Claude avait une idée en tête: "On va essayer de faire une théorie des champs sur réseau qui ne brise pas l'invariance par translation". Quand on travaille sur un réseau régulier on brise forcément l'invariance par translation, ou plutôt, elle devient discrète. Donc, il s'est dit: "On va considérer des réseaux aléatoires." Il avait ramené cette idée d'un voyage aux États-Unis, de discussions, si je me souviens bien, avec T. D. Lee²³. Enfin, Claude a dit que ce serait pas mal de considérer un réseau aléatoire (des points engendrés par une sorte de processus de Poisson) et comme ça on aurait, au moins statistiquement, l'invariance par translation. Et moi, j'étais dans le bureau à côté de celui de Claude et je travaillais sur les systèmes désordonnés. Claude et Elizabeth regardaient les réseaux aléatoires, et, donc, assez naturellement la discussion s'est engagée. Au début, j'ai surtout parlé à Claude et Elizabeth interagissait aussi surtout avec lui, donc il faisait un peu le lien. Et puis, ça a abouti à un premier article²⁴. Ensuite, on a continué à travailler ensemble, d'abord sur le modèle d'Anderson, puis sur les verres de spins. C'est comme ça que ça s'est fait.

PC: Pouvez-vous nous parler un peu plus de cette collaboration que vous avez maintenue avec elle, d'ailleurs?

BD: [0:25:57] Pour moi, ça a été une très, très importante collaboration. Donc, après ce premier article avec Claude, nous avons écrit un article sur la localisation d'Anderson. Ce n'est peut-être pas le plus important du sujet,

²³ T. D. Lee: https://en.wikipedia.org/wiki/Tsung-Dao_Lee

²⁴ E. J. Gardner, C. Itzykson and B. Derrida, "The Laplacian on a random one-dimensional lattice," *J. Phys. A* **17**, 1093-1109 (1984). <http://doi.org/10.1088/0305-4470/17/5/030>

mais je crois que c'est quand même un assez bon article²⁵ et on s'est mis à travailler ensemble. Après mon article sur le GREM, en 1985, j'en ai parlé avec elle et cela a abouti à deux articles ensemble sur les modèles de *Generalized Random Energy Model*²⁶. On a travaillé à la fois à Saclay quand elle y était et, après l'été 1984, quand elle est repartie à Édimbourg, on a travaillé à distance. S'envoyant, un courrier qui partait et qui arrivait une semaine plus tard. On se téléphonait pour mettre les choses au point. Et ça ne fonctionnait pas plus mal qu'actuellement. Je dirais même que c'était assez efficace. On a aussi parlé du modèle à p spins de mes articles de 1980 et 1981 et elle, qui se sentait très à l'aise avec la théorie et les calculs de Parisi, (elle avait tout compris), elle a écrit son article²⁷—je crois qu'il date de 1985—sur ce qu'on appelle maintenant la transition de Gardner. Voilà! Il y a en fait deux transitions qu'elle a obtenues en appliquant les techniques de Parisi sur ce modèle à p -spins. (Mais, vous devez connaître tout ça beaucoup mieux que moi). Donc, on a continué à travailler ensemble. Elle était à Édimbourg et, moi, à Paris. Elle venait de temps en temps à Paris, et puis à partir d'un certain moment, en 1986, elle n'est plus venue. Au début, je me suis demandé si, peut-être, quelque chose lui avait déplu, mais en réalité, c'est le moment où elle est tombée malade. Ça n'a absolument pas altéré sa productivité scientifique, au contraire. Elle a été très active. Elle est tombée malade. J'ai un peu insisté, au téléphone, pour savoir pourquoi elle ne revenait plus. Elle m'a dit qu'elle avait un cancer; c'est la seule fois où nous avons parlé de sa maladie. Et puis, après, je l'ai à nouveau invitée et elle est revenue à Paris. Et donc, je n'ai pas poussé mes questions sur sa maladie plus loin. Je pensais qu'elle était soit guérie, soit en voie de guérison et donc on n'en a plus reparlé. Et, quelques mois après, il y a eu un grand programme à Jérusalem sur les réseaux de neurones. (On va peut-être parler des réseaux de neurones dans un moment, mais bon je termine avec Elizabeth.) Donc, il y avait un programme sur les réseaux de neurones qui durait, je crois, six mois à Jérusalem, organisé par Daniel Amit, Hanoach Gutfreund et Haim Sompolinsky, et Elizabeth y a passé pas mal de temps. On avait essayé de synchroniser nos visites, afin de pouvoir travailler un peu ensemble. Quand je suis arrivé, j'ai tout de suite constaté qu'Elizabeth était devenue un leader. Moi, je gardais le souvenir de Daniel Amit que j'avais connu

²⁵ B. Derrida and E. J. Gardner, "Lyapounov exponent of the one dimensional Anderson model: weak disorder expansions," *J. Phys.* **45**, 1283-1295 (1984).
<https://dx.doi.org/10.1051/jphys:019840045080128300>

²⁶ B. Derrida and E. J. Gardner, "Solution of the generalised random energy model," *J. Phys. C* **19**, 2253 (1986). <https://doi.org/10.1088/0022-3719/19/13/015>; "Magnetic properties and the function $q(x)$ of the generalised random-energy model," *J. Phys. C* **19**, 5783 (1986). <https://doi.org/10.1088/0022-3719/19/29/005>

²⁷ E. J. Gardner, "Spin glasses with p -spin interactions" *Nucl. Phys. B* **257**, 747–765 (1985).
[https://doi.org/10.1016/0550-3213\(85\)90374-8](https://doi.org/10.1016/0550-3213(85)90374-8)

longtemps avant, qui était déjà un professeur établi, qui avait déjà dû écrire à cette époque-là—je ne suis plus certain—son livre sur la théorie des champs et les phénomènes critiques²⁸. Enfin, Daniel Amit, que je considérais comme un professeur bien établi, en arrivant à Jérusalem, je lui ai demandé ce qu'il faisait: il était en train de faire une simulation pour mettre en œuvre une idée d'Elizabeth. Et donc, Elizabeth était vraiment devenue un leader du domaine. Elle a inspiré pas mal de gens à ce moment-là. On a un peu discuté à l'époque de différentes choses. Je me souviens qu'on est allé dîner un soir dans un restaurant de Jérusalem, le soir avant que je rentre à Paris, avec elle et Annette Zippelius, et puis je ne l'ai plus jamais revue. Quelques semaines après, j'ai reçu un message disant: "Elizabeth est morte."

PC: Vous avez mentionné Annette, justement. Vous avez écrit un article à trois, si j'ai bien compris. Comment est-ce qu'Annette Zippelius s'est immiscée, ou vous vous êtes rencontrés et mis à collaborer?

BD: [0:31:04] À ce moment-là, il faut peut-être revenir un petit peu à ces années dont je parlais. Donc, on s'est mis à travailler avec Elizabeth sur le GREM. On a écrit deux articles, en fait, des articles qui pour moi sont assez importants, parce qu'on peut calculer les lignes de de Almeida-Thouless, résoudre le problème sans utiliser la méthode des répliques, mais aussi en l'utilisant, etc. Comme je disais plus haut ces articles se sont fait en partie à distance. Elizabeth était à Édimbourg. La première fois qu'Elizabeth est revenue d'Édimbourg—enfin, la première ou la deuxième, je ne me souviens pas—enfin, à un de ses retours, elle est venue avec un sujet auquel, moi, je n'avais jamais réfléchi: les réseaux de neurones. Elle s'était mise à travailler sur les réseaux de neurones. Il y avait ces articles des Israéliens dont j'ai parlé (Amit, Gutfreund et Sompolinsky) et donc quand elle est revenue on a essayé de résoudre la dynamique du modèle de Hopfield. On a pris alors une version avec des temps discrets et on a essayé de le résoudre. Je me souviens de longues discussions sur ce problème à Londres à l'automne 1985 où Elizabeth était venue me rendre visite parce que je passais un mois à Imperial College. C'est un travail a que nous avons finalement publié avec Peter Mottishaw—je pense qu'il a été publié en 1987²⁹. Mais ce qui se passait dans ce travail, quand on augmentait le nombre de pas de temps— $t=1$, $t=2$, on avait un temps discret—c'est que le nombre de paramètres d'ordre se mettait à augmenter beaucoup. Il y avait des corrélations entre ce qui se passe à l'instant t et à l'instant t' . Et

²⁸ Daniel J. Amit, *Field Theory, the Renormalization Group, and Critical Phenomena* (Singapore: World Scientific, 1984).

²⁹ E. J. Gardner, B. Derrida and P. Mottishaw, "Zero temperature parallel dynamics for infinite range spin glasses and neural networks," *J. Phys.* **48**, 741-755 (1987).
<https://doi.org/10.1051/jphys:01987004805074100>

donc, il y avait de plus en plus de paramètres d'ordre, et très vite on ne pouvait plus rien faire. Donc, on a publié cet article avec Peter Mottishaw, en expliquant comment faire les premiers pas de la dynamique et puis on s'est arrêtés là. Et alors, là-dessus, j'ai été invité à Düsseldorf par Annette Zippelius à donner un séminaire. Elle m'a dit qu'elle s'intéressait au cas où il y avait des liens asymétriques dilués. Il s'est trouvé que ce qu'on considérait comme une approximation de champ moyen, où on néglige les corrélations pour la dynamique du modèle de Hopfield complet dans le travail avec Elizabeth et Peter, en fait, c'était la solution exacte du problème qui intéressait Annette. Donc, j'ai dû passer deux ou trois jours à Düsseldorf, en Novembre 1986, et très vite on a pu écrire cet article à trois. Quelques temps après, je me souviens que j'étais à une conférence, et puis comme ça, en prenant le café, j'ai dit à un collègue: "Eh bien, on a un modèle de type Hopfield dont on peut résoudre la dynamique complètement." Et la personne m'a répondu: "Ah, c'est sûrement faux!" D'ailleurs, pour le REM aussi j'avais eu une réaction semblable par quelqu'un d'autre qui était totalement sûr que c'était faux. Mais donc, c'est un article—celui avec Annette Zippelius—qui a été pas mal utilisé, parce que les calculs sont assez simples. Je regrette un peu qu'un aspect qui apparaît dans cet article n'ait pas eu plus d'écho: lorsque les liens sont asymétriques la dynamique devient chaotique. On a calculé, dans cet article à trois, un overlap qui atteste de ce caractère chaotique: deux configurations initialement proches ont tendance à s'éloigner même si elles appartiennent au même attracteur, un peu comme dans le cas des attracteurs étranges des systèmes dynamiques. J'ai l'impression que cet aspect chaotique de la dynamique dont nous avons parlé a été oublié, alors que, par la suite, la question de la dynamique chaotique des réseaux de neurones a suscité beaucoup d'intérêts. Mais bon, on est toujours un peu comme ça. C'est-à-dire, on a parfois l'impression d'avoir dit certaines choses un peu avant d'autres, mais ce n'est peut-être pas toujours justifié.

PC: Vous n'avez pas continué à travailler avec Annette après cet article-là? C'était vraiment très localisé?

BD: [0:35:12] On a fait aussi un tout petit article. Une fois, Annette est venue à Paris une semaine ou deux, donc on avait fait un petit article à une dimension sur un modèle à axes aléatoires. Mais autrement, je ne crois pas qu'on ait écrit quelque chose après.

PC: Ma question suivante était comment vous avez été introduit aux réseaux de neurones et vous venez de le décrire. Mais est-ce que vous avez interagi d'une quelconque manière avec la communauté américaine de mécanique statistique sur les réseaux de neurones ou non?

- BD:** [0:35:47] Non, pas du tout. En fait, mon travail sur les réseaux de neurones s'est surtout limité à mes interactions avec Elizabeth. Il y a eu ce travail avec Elizabeth et Annette et puis après Elizabeth a produit son article—je crois, qui est le plus connu—sur l'espace des interactions. Elle a écrit une lettre en 1987 et un article en 1988³⁰ et on en a discuté alors—je ne me souviens pas précisément comment, je pense qu'elle a dû venir à Paris, parce que je ne peux pas imaginer qu'on ait fait cet article comme ça, juste au téléphone. Donc, elle a dû venir. Je lui ai alors fait cette suggestion: "Ah, mais quand les couplages ne sont pas capables de stocker tous les patterns, toutes les images, il va y avoir des erreurs. Donc, si on appelait l'énergie le nombre d'erreurs que le réseau fait et qu'on traitait le problème comme un problème de désordre habituel". Donc, j'ai dû dire quelque chose comme ça. Elizabeth a pris son crayon, elle a dû faire le calcul très vite avec les répliques, trouvant la ligne de stabilité des répliques etc. Et voilà! C'est cette suggestion qui me vaut certaines citations sur ce sujet.
- PC:** Comme vous avez dit, vous avez quitté le domaine après la mort d'Elizabeth. Ça ne vous a pas dit de poursuivre, ou ça ne semblait pas...? Qu'est-ce qui explique que vous n'avez pas continué?
- BD:** [0:37:20] J'ai gardé un intérêt là-dessus. Un an après la disparition d'Elizabeth, il y a eu un petit volume qui a été édité³¹. Dans ce volume, j'ai publié des choses dont on avait pas discuté, comme le perceptron binaire, qui est un sujet qui m'a beaucoup intéressé. À cette période, il y a eu un travail par Werner Krauth et Marc Mézard qui ont calculé le seuil du perceptron binaire exactement³². J'ai vu ce qu'ils ont fait, et je me suis toujours posé la question: "Est-ce qu'on peut vraiment s'assurer qu'ils ont raison d'une manière ou d'une autre?" Donc, j'ai passé pas mal de temps à ça, et puis, finalement, sans grand succès. Enfin, il y a un petit article qu'on a écrit en 1991 avec Bob Griffiths et un postdoc, Adam Prugel-Bennett³³, mais ce qui s'est passé, c'est que j'ai été pris par les systèmes hors d'équilibre qui m'ont pas mal occupé depuis. Mais, malgré tout, mon intérêt n'a pas décliné. Pour préparer cette discussion, je me suis demandé: "Est-ce que, finalement, c'est à la disparition d'Elizabeth que mon intérêt pour les verres de spin s'est arrêté?" Et la réponse c'est: Absolument non!

³⁰ E. J. Gardner, "Maximum Storage Capacity in Neural Networks," *Europhys. Lett.* **4** 481 (1987). <http://doi.org/10.1209/0295-5075/4/4/016>; "The space of interactions in neural network models," *J. Phys. A* **21**, 257 (1988). <http://doi.org/10.1088/0305-4470/21/1/030>

³¹ "Special Issue in Memory of Elizabeth Gardner (1957-1988)" *J. Phys. A* **22**(12) (1989).

³² W. Krauth and M. Mézard, "Storage capacity of memory networks with binary couplings," *J. Phys. France* **50**, 3057-3066 (1989). <https://doi.org/10.1051/jphys:0198900500200305700>

³³ B. Derrida, R. B. Griffiths and A. Prugel-Bennett, "Finite-size effects and bounds for perceptron models," *J. Phys. A* **24**, 4907 (1991). <https://doi.org/10.1088/0305-4470/24/20/022>

Dès 1988, j'ai écrit un article avec Herbert Spohn sur les polymères dirigés sur un arbre, c'est à dire sur le champ moyen des polymères dirigés³⁴, qui est un des exemples les plus simples où il y a une brisure de symétrie des répliques avec des énergies corrélées. C'est un cas où il y a un *one step RSB*—vous voyez ce que je veux dire, j'imagine—et, en fait, moi, je l'avais vu comme simplement un cas particulier du GREM, sur lequel j'avais travaillé en 1985. Mais ce travail avec Herbert m'a ouvert les portes de l'équation Fisher-KPP³⁵, qui est un problème hors d'équilibre sur lequel j'ai beaucoup travaillé depuis. Donc, d'une certaine manière, c'est une conséquence de mes intérêts sur les verres de spin. Un autre travail qu'on a publié en 1991, avec Luca Peliti, portait sur des modèles d'évolution et de généalogies³⁶. Je ne sais pas si ça vous dit quelque chose, mais il y a ce qu'on appelle le coalescent de Kingman³⁷, qui est une version continue du modèle de Wright-Fisher—ça vous dit quelque chose? En fait, c'est des calculs infiniment plus faciles que les verres de spin, mais, finalement, tout ce que vous pouvez dire sur les verres de spin, c'est-à-dire le non auto-moyennage, le $q(x)$ qui fluctue, le *fullRSB*, tout ça, c'est présent dans ces modèles de Kingman et c'est beaucoup plus facile à calculer. La différence, quand même, c'est que les statistiques ne sont pas exactement les mêmes que celles des verres de spin: c'est une loi un peu différente de celle prévue par Parisi, mais beaucoup, beaucoup plus facile à calculer. Il n'y a pas besoin de gros outils mathématiques ni de répliques pour le faire, mais, qualitativement, il y a tout ce qui est présent dans la théorie des verres de spins. Et donc, c'est cet article écrit en 1991 avec Luca Peliti qui a suscité mon intérêt pour les généalogies. Alors, voilà! C'est un peu la suite des verres de spin jusqu'au tout début des années 1990.

Après, j'ai travaillé sur les systèmes hors d'équilibre mais mon intérêt sur les verres de spin n'a pas vraiment décliné et des articles que j'ai publiés après 1997 et dans les années 2000 sont très inspirés par les verres de spins. Peut-être que je pourrais en dire un mot si ça vous intéresse, mais je me rends compte que j'ai oublié de dire quelque chose à propos des années 1986.

Dans les années 1986, donc, je travaillais avec Elizabeth, mais j'ai eu aussi d'autres collaborateurs. À l'École normale, il y a eu un visiteur, Stuart Kauffman qui est un médecin et qui avait fait des modèles d'automates

³⁴ B. Derrida and H. Spohn, "Polymers on disordered trees, spin glasses, and traveling waves," *J. Stat. Phys.* **51**, 817–840 (1988). <https://doi.org/10.1007/BF01014886>

³⁵ Fisher-KPP Equation: https://en.wikipedia.org/wiki/Fisher%27s_equation

³⁶ B. Derrida and L. Peliti, "Evolution in a flat fitness landscape," *Bull. Math. Biol.* **53**, 355-382 (1991). [https://doi.org/10.1016/S0092-8240\(05\)80393-3](https://doi.org/10.1016/S0092-8240(05)80393-3)

³⁷ Coalescent Theory : https://en.wikipedia.org/wiki/Coalescent_theory

aléatoires pour la différenciation cellulaire. Ce sujet nous a intéressés. J'ai écrit un article avec Yves Pomeau³⁸, un autre avec Gérard Weisbuch³⁹, mais, c'est avec Henrik Flyvbjerg⁴⁰, un collègue danois qui m'avait invité à Copenhague, qu'on s'est rendu compte que les statistiques des bassins d'attraction—quand on laisse évoluer un automate, l'espace des phases se décompose en bassins d'attraction—donc les statistiques de ces bassins d'attraction ont des propriétés statistiques qui sont les cousines de celles des vallées dans les verres de spin. Il y avait vraiment un lien avec les verres de spin. Dans un petit article qui fait un peu le point là-dessus en 1997⁴¹, par exemple, j'ai écrit que pour certains de ces automates, les statistiques s'obtiennent non pas en prenant la limite $n = 0$ des verres de spin, mais prenant $n = -1/2$ ou $n = -1$. Donc, on fait le calcul à la Parisi, on met $n = -1$ à la fin et on tombe sur des choses qu'on peut calculer directement, par ailleurs, sans utiliser du tout de répliques. Cela m'avait pas mal amusé. C'est ce qui faisait suite aux articles avec Henrik Flyvbjerg. Il y a un autre article avec Henrik⁴², je sais pas s'il est très important, mais, enfin, tout à l'heure je parlais de la distribution $\Pi(Y)$. En fait, il y avait une courbe, dans l'article de Mézard, Parisi *et al.* en 1984, qui montrait la forme de $\Pi(Y)$ avec une bosse⁴³. Ce qu'on a montré avec Henrik—parce qu'on a réussi à vraiment le calculer—c'est que cette courbe a plein de singularités, à des endroits bien précis qu'on peut analyser. Ça aussi, ça a été un peu une contribution aux verres de spin.

PC: Vous mentionniez, il y a quelques minutes, qu'après 1997, vous vous êtes un peu réinvesti dans les verres de spin. Est-ce que c'est ce dont vous nous parliez là ou est-ce quelque chose en plus?

BD: [0:43:42] Non, non. C'est des choses qui ont été faites plus tard... Ce dont je viens de parler, c'est ce qui a été fait dans les années '80. Je peux vous dire un peu ce qui s'est passé depuis. D'abord, depuis le début des années 1990, j'ai surtout travaillé sur les systèmes hors d'équilibre. Donc, sur des choses qui ne sont pas reliées aux verres de spins. Un mot quand même

³⁸ B. Derrida and Y. Pomeau, "Random networks of automata: a simple annealed approximation," *Europhys. Lett.* **1**, 45-49 (1986). <https://doi.org/10.1209/0295-5075/1/2/001>

³⁹ B. Derrida and G. Weisbuch, "Evolution of overlaps between configurations in random Boolean networks," *J. Physique* **47**, 1297-1303 (1986). <https://doi.org/10.1051/jphys:019860047080129700>

⁴⁰ B. Derrida and H. Flyvbjerg, "Multivalley structure in Kauffman's model: analogy with spin glasses," *J. Phys.* **A19**, L1003-L1008 (1986). <https://doi.org/10.1088/0305-4470/19/16/010>

⁴¹ B. Derrida, "From random walks to spin glasses," *Physica D* **107**, 186-198 (1997). [https://doi.org/10.1016/S0167-2789\(97\)00086-9](https://doi.org/10.1016/S0167-2789(97)00086-9)

⁴² B. Derrida and H. Flyvbjerg, "Statistical properties of randomly broken objects and of multivalley structures in disordered systems," *J. Phys.* **A20**, 5273-5288 (1987). <http://doi.org/10.1088/0305-4470/20/15/039>

⁴³ M. Mézard, G. Parisi, N. Sourlas, G. Toulouse and M. Virasoro, "Nature of the Spin-Glass Phase," *Phys. Rev. Lett.* **52**, 1156 (1984). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.52.1156>

que je voulais dire à propos du travail avec Luca Peliti sur les modèles d'évolution. En fait, comme dans les verres de spin, il y a deux moyennes qui peuvent être prises: quand vous prenez une grande population et que vous la laissez évoluer, vous pouvez faire une moyenne sur la population. Par exemple, vous pouvez prendre tous les individus et vous demander: "Quel est le temps qu'il faut pour trouver leur ancêtre commun?" Vous pouvez alors moyenniser ce temps sur toute la population. Et ensuite, vous pouvez faire une moyenne sur les générations. Et donc, il y a deux types de moyennes qui sont très semblables à ce qui se passe quand on prend les systèmes désordonnés: la moyenne thermique et la moyenne sur le désordre, qui sont de natures différentes. En fait, dans beaucoup d'autres domaines, il y a ces deux types de moyennes qui existent. Par exemple, pour des systèmes hors d'équilibre avec une dynamique stochastique, il y a aussi deux types de moyennes: la moyenne sur la dynamique stochastique et la moyenne sur la condition initiale.⁴⁴

J'en reviens à ce qui s'est passé depuis 1997. Un des sujets qui m'a beaucoup intéressé depuis 1997, c'est l'équation Fisher-Kolmogorov avec bruit. On a écrit un article avec Eric Brunet⁴⁵ en 1997 qui a attiré l'attention de plusieurs collègues mathématiciens. Dans une suite publiée en 2006 et 2007 avec Alfred Mueller et Stéphane Munier,⁴⁶ nous avons montré que des équations du type Fisher-Kolmogorov bruitées pouvaient s'interpréter comme des modèles d'évolution avec sélection. On a une population qui évolue avec un critère pour éliminer certains individus. Et en faisant des calculs pour ces modèles, on est tombé sur une statistique des arbres généalogiques qui est exactement la même que celle des arbres des verres de spin, qui s'appelle Bolthausen-Sznitman chez les mathématiciens. Sans sélection, c'était le modèle de Kingman, qu'on avait regardé avec Luca Peliti, qui avait des statistiques qui ressemblent, mais qui ne sont pas les mêmes que celles des verres de spin. En mettant la sélection, d'une manière précise, on tombe exactement sur les arbres de la théorie de Parisi. Pour moi, c'était un peu une révélation. Ce qui joue le rôle de l'overlap dans les verres de spins est alors le temps qu'il faut remonter pour que deux individus aient un ancêtre commun, ce qui donne une certaine distance. Et en regardant les statistiques de ces distances, on a retrouvé exactement les statistiques des verres de spins. Pourquoi

⁴⁴ B. Derrida and A. Gerschenfeld, "Current fluctuations in one dimensional diffusive systems with a step initial profile," *J. Stat. Phys.* **137**, 978-1000 (2009). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.92.180601>

⁴⁵ E. Brunet and B. Derrida, "Shift in the velocity of a front due to a cut-off," *Phys. Rev. E* **56**, 2597-2604 (1997). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.56.2597>

⁴⁶ E. Brunet, B. Derrida, A. H. Mueller and S. Munier, "Noisy traveling waves: Effect of selection on genealogies," *Europhys. Lett.* **76**, 1-7 (2006). <https://doi.org/10.1209/epl/i2006-10224-4>; "Effect of selection on ancestry: an exactly soluble case and its phenomenological generalization," *Phys. Rev. E* **76**, 041104 (2007). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.76.041104>

précisément? J'avoue que je ne sais pas et ce n'est pas faute d'avoir essayé. J'ai essayé de traiter ces problèmes par des méthodes de répliques et je n'y suis pas arrivé. Souvent, quand je donne des séminaires sur ce sujet, je dis que c'est une question ouverte.

Pour terminer sur mon activité sur les verres de spin, j'y suis revenu plus récemment, depuis 2015, dans des collaborations avec Peter Mottishaw. Tout à l'heure, j'ai prononcé son nom: il était un postdoc à Saclay dans les années 80 et c'est avec lui et Elizabeth qu'on a écrit cet article sur la dynamique du modèle de Hopfield en temps discret. Il a arrêté de faire de la physique pendant 25 ans. Et puis quand il a eu le temps, il s'est remis à la physique et on a recommencé un peu à travailler ensemble. Comme on s'apprécie, ça se passe très bien. Il y avait une question qui me tracasse et qui m'a tracassé: quand on fait ces calculs de répliques—déjà, même dans mon article de 1980 ou 1981 j'avais une façon de briser la symétrie des répliques extrêmement élémentaire qui permettait de trouver l'énergie libre—la question est de savoir comment retrouver les corrections de taille finie. On est dans un espace à zéro dimension. D'habitude quand on cherche un col en dimension N , on cherche les N valeurs propres de la forme quadratique autour du maximum. Quand il y a zéro direction pour les fluctuations, on ne sait pas très bien comment faire. Donc, on s'est attaqué un peu à ces questions. On a écrit un premier article en 2015⁴⁷ pour calculer, en utilisant les répliques, les corrections de taille finie du REM. En 2016⁴⁸, on a repris le problème des polymères sur l'arbre et on a vu que les effets de taille finie faisaient passer de *one-step RSB*, donc une brisure à un *step*, à *fullRSB*—j'utilise les mots anglais, vous voyez ce dont il s'agit. Plus récemment, en 2020, on a regardé le REM à deux températures, et on a conclu qu'il faut modifier l'image de Parisi⁴⁹ pour la brisure de symétrie des répliques. On a montré qu'il faut nécessairement que les blocs puissent fluctuer pour être capable de retrouver les bons résultats. Et donc, on continue à interagir un peu là-dessus, à notre rythme, en étant moins jeunes et, forcément plus lents, mais bon, on fait comme on peut.

PC: Plus expérimentés aussi. Oui.

BD: [0:49:35] Voilà! Mais c'est un plaisir d'interagir avec lui et puis on se connaît depuis plus de trente ans.

⁴⁷ B. Derrida and P. Mottishaw, "Finite size corrections in the random energy model and the replica approach" *J. Stat. Mech.*, P01021 (2015). <https://doi.org/10.1088/1742-5468/2015/01/P01021>

⁴⁸ B. Derrida and P. Mottishaw, "On the genealogy of branching random walks and of directed polymers" *Europhys. Lett.* **115** 40005 (2016). <https://doi.org/10.1209/0295-5075/115/40005>

⁴⁹ B. Derrida and P. Mottishaw, "One step replica symmetry breaking and overlaps between two temperatures" arXiv: 2009.03545. <https://arxiv.org/abs/2009.03545>

- PC:** Je voulais parler un peu de votre enseignement à travers ces années-là. Durant vos années à Salcay puis à Paris VI, est-ce que vous avez dû enseigner des cours, ou est-ce que vous avez eu la chance d'enseigner des cours où vous avez parlé de la brisure de symétrie des répliques, ou n'est-ce resté qu'un sujet de recherche pour vous?
- BD:** [0:50:03] J'ai pas mal enseigné les systèmes désordonnés en général et un peu de réseaux de neurones, un peu de verres de spins etc. Je me souviens, d'ailleurs, de la première fois où j'ai donné des cours là-dessus, c'était en 1985 ou en 1986, parce que Elizabeth qui n'était pas loin m'a aidé à clarifier quelques points qui me semblaient obscurs. Je garde le souvenir qu'elle m'a expliqué des choses que je n'avais pas forcément si bien comprises. Et maintenant, pour l'année 2021 qui vient, mon cours au Collège de France va être consacré aux systèmes désordonnés. Je pense que, cette année, je ne vais pas parler de brisure de symétrie des répliques, mais plutôt de localisation, de champs aléatoire, de choses comme ça. Et l'année prochaine ou l'année suivante, je vais parler davantage des verres de spin et de réseaux de neurones. Au Collège de France, ce n'est pas toujours évident de faire un cours très détaillé, de faire des calculs trop compliqués, parce que l'auditoire n'est pas forcément prêt à entendre ce genre de choses. Je vais essayer d'expliquer les idées principales. Mais la littérature part aussi dans tous les sens, d'articles très mathématiques à des résultats expérimentaux. Essayer de comprendre certains travaux mathématiques comme ceux de Michel Talagrand⁵⁰ ou d'autres développements sur les verres de spins peut prendre un temps infini. Donc mes cours seront sûrement une version un peu édulcorée.
- PC:** Dans ce contexte-là, je suis un peu curieux. Je sais que vous n'avez pas encore enseigné le cours, mais comment est-ce que vous anticipez ce cours être différent de celui vous avez enseigné au milieu des années 1980? Est-ce qu'il y a des choses fondamentalement neuves pour vous entre les deux époques au point de vue pédagogique?
- BD:** [0:52:11] Ça, c'est un peu ce qui me fait peur. Je crois avoir une idée à peu près nette de ce qui s'est fait jusque dans les années 1980. Dans les années 1990, j'ai entendu un certain nombre de séminaires, mais il y a beaucoup de choses que je ne suis pas capable de comprendre comme ça, très vite. Alors, je vais essayer de faire des efforts. Je pense, par exemple, que je serai capable d'expliquer ce qu'a fait Francesco Guerra⁵¹, mais par pour les verres—les choses que vous avez faites—je ne suis pas sûr que je serai

⁵⁰ Michel Talagrand: https://en.wikipedia.org/wiki/Michel_Talagrand

⁵¹ Francesco Guerra : https://en.wikipedia.org/wiki/Francesco_Guerra

capable de l'enseigner. Heureusement, au Collège de France on peut inviter des gens pour faire des séminaire. Cela permet de compléter le cours. En fait, une chose est d'essayer de lire un article et de le comprendre, une autre est de venir et de l'expliquer aux autres avec des mots qui sont compréhensibles. Pour mon enseignement au Collège de France, je dirais que peut-être 80 % de mon temps est passé à travailler sur des articles dont j'aimerais bien parler, mais que, finalement, je ne mentionne pas, parce que je ne me sens pas suffisamment à l'aise pour les incorporer à mon enseignement. Aussi, j'essaie d'éviter de rentrer dans des détails trop techniques qui ne sont pas, à mon avis, dans l'esprit des cours au Collège de France. Alors, voilà! Je suis conscient qu'il y a énormément de choses qui se sont passées en optimisation, le k -SAT⁵², par exemple. Le k -SAT, je vais sûrement en parler, mais peut-être que je n'irai pas au fond de tous les recoins. Heureusement, il y a les gens sur place qui sont capables de faire de très bons séminaires là-dessus. Sur les verres aussi. Il y a sûrement aussi beaucoup d'autres choses qui existent et qui m'échappent, mais que je vais essayer d'étudier en préparant mes cours.

PC: Je planifie de les écouter, alors j'ai bien hâte de voir comment vous allez résoudre tous ces problèmes.

BD: [0:54:23] Peut-être qu'à la fin je vais surtout parler de ce que je savais en 1990. Disons, pour l'auditoire du Collège de France, parler de choses qui ne sont pas très récentes n'est pas forcément totalement inutile. Expliquer ce qu'est un modèle d'Ising, le modèle SK, ce qu'on fait avec etc., c'est toujours instructif.

PC: On approche un peu la fin de l'entretien, je voulais savoir s'il y a des choses qu'on a oublié de mentionner, que vous voudriez partager avec nous?

BD: [0:55:02] Non. Je vous ai raconté un peu tout. Disons, les verres de spin, pour moi, c'était une ouverture et beaucoup des sujets sur lesquels je travaille actuellement, sur lesquels j'ai travaillé pendant beaucoup d'années, sont des descendants—pas forcément évidents—de cette théorie des verres de spin. Alors, je suis passé aux polymères dirigés, parce que ça ressemblait au GREM, et, des polymères dirigés, je suis passé aux systèmes hors d'équilibre, parce qu'il y a l'équation KPZ. En fait, il y a des évolutions comme ça qui font qu'on se retrouve très, très loin de son point de départ, mais il y a une espèce de fil conducteur qu'on a suivi et les choses sont reliées les unes aux autres. Je trouve que c'est un des grands privilèges, un des grands intérêts de notre métier, d'apprendre des

⁵² The (random) k -SAT is a canonical reference model of Boolean satisfiability: https://en.wikipedia.org/wiki/Boolean_satisfiability_problem

techniques, de développer des idées, qu'on peut réutiliser dans des contextes différents. Je considère comme une grande chance d'avoir pu travailler sur ces sujets.

PC: J'ai une question de curiosité personnelle. Vous avez travaillé sur la généalogie. Est-ce que ça vous a aussi intéressé à votre propre généalogie ou si c'était toujours une question plus mathématique?

BD: [0:56:35] Pour moi, c'était plutôt un sujet mathématique. C'est les modèles mathématiques qui m'ont amusé. La mienne, ma généalogie: je suis né en Algérie, donc, je pense que j'aurais beaucoup de mal à savoir des choses sur mes ancêtres au-delà de trois ou quatre générations, parce que probablement il n'y a aucun document écrit. Ma famille est originaire de ces régions! Mais enfin, un de nos articles sur les généalogies⁵³, qui reprend un article de Chang⁵⁴, dit la chose suivante: si vous prenez deux individus quelconques et si vous remontez un peu dans le passé, très vite les deux arbres généalogiques vont se croiser puis se confondre. Je trouve ça assez intéressant. Quand on y réfléchit, c'est totalement évident que tous les individus ont exactement les mêmes ancêtres si on remonte assez loin. C'est évident, mais je m'en suis rendu compte qu'en réfléchissant à ces problèmes. Ça a un côté aussi universel et humaniste qui n'est pas négligeable. Je pense que pas mal de gens qui font de la politique n'en sont pas conscients.

PC: C'est des échelles de temps difficiles à concevoir, quand même.

BD: [0:57:58] Bien, pas tant que ça. Si vous prenez des populations qui se mélangent—bon, s'il n'y a pas de barrière raciale, culturelle, religieuse, géographique—vous tombez sur, je ne sais pas, peut être un millénaire pour que tout le monde ait les mêmes ancêtres que tout le monde. Il n'y a pas besoin d'aller très loin.

PC: En conclusion, est-ce que vous avez préservé quelques notes, papiers, correspondance de cette époque? Et, si oui, est-ce que vous avez un plan pour les déposer éventuellement dans une archive académique?

⁵³ E. Brunet and B. Derrida, "Genealogies in simple models of evolution," *J. Stat. Mech.* P01006 (2013). <https://doi.org/10.1088/1742-5468/2013/01/P01006>

⁵⁴ J. Chang, "Recent common ancestors of all present-day individuals," *Adv. in Appl. Probab.* **31**, 1002 (1999). <https://www.jstor.org/stable/1428340>

- BD:** [0:58:38] Non. La question ne s'est jamais posée. J'ai classé relativement bien mes archives. C'est-à-dire, quand je travaille sur un sujet, à un moment, il y a une boîte qui contient mes calculs, mes échanges avec mes collaborateurs à ce moment-là. Ce matin, j'étais en train de terminer une petite note parce que—vous connaissez peut-être Dietrich Stauffer, avec qui j'avais travaillé dans les années 80—il est décédé, il y a un an. Un volume spécial est en préparation et je me suis dit: " je vais citer quelques échanges qu'on a eus par courrier ou email depuis les années 1980." J'ai ouvert une de ces boîtes et j'ai trouvé à nouveau nos échanges respectifs. Alors, avec Elizabeth, j'ai beaucoup d'échanges par lettres, parce qu'on travaillait comme ça. Il n'y avait pas d'internet. J'ai gardé aussi quelques versions préliminaires d'articles, en particulier un article avec Bob Griffiths de 1989. J'avais écrit une première version. Il m'a renvoyé une nouvelle version, beaucoup plus courte, et bien mieux écrite. Il avait enlevé tout le gras inutile. Je garde ces deux versions dans mes archives un peu comme un exemple de la façon dont⁵⁵ on peut améliorer un texte.
- PC:** Il est certain que le CAPHÉS à l'ENS est très intéressé à préserver vos archives. Je sais que ce n'est pas encore le temps, mais, avant de jeter quoi que ce soit, je suggère que vous les contactiez.
- BD:** [1:00:34] Bon. Peut-être. Il y a en beaucoup. Je ne sais pas si vous voulez voir. Là, c'est une partie. C'est à peu près la moitié de ce que j'ai, ces boîtes.
- PC:** C'est parfait. C'est vraiment parfait. Il y a beaucoup de gens qui les ont tout simplement jetées, alors c'est vraiment incroyable que vous ayez préservé tout ça.
- BD:** [1:00:58] En fait, je ne sais pas si vous avez la même expérience que moi, mais la plus grosse partie de notre travail est quelque chose qui n'apparaît nulle part. C'est-à-dire, c'est des choses qu'on a essayées, qui ne marchent pas. Mais bon, ça ne marche pas parfois pour une petite raison. Des fois, comme je disais tout à l'heure à propos de ma visite en 1986 à Annette Zippelius: "Ah! la mauvaise approximation que j'avais à la maison, et bien elle marche très bien pour un problème un peu différent."
- PC:** Une chose que j'ai oubliée, aussi, c'est que je voulais donner la chance à Francesco de poser des questions, s'il y a quoi que ce soit que j'ai oublié ou qu'il voulait poser.
- FZ:** Non, merci. Je n'ai rien à ajouter.

⁵⁵ B. Derrida and R.B. Griffiths, "Directed polymers on disordered hierarchical lattices," *Europhys. Lett.* **8**, 111-116 (1989). <https://doi.org/10.1209/0295-5075/8/2/001>

History of RSB Interview: Bernard Derrida

PC: Merci énormément, Bernard, pour votre temps. Ça a été vraiment très, très agréable de discuter avec vous et d'en apprendre plus sur votre vie et votre carrière.

BD: [1:01:55] Merci de m'avoir interviewé.